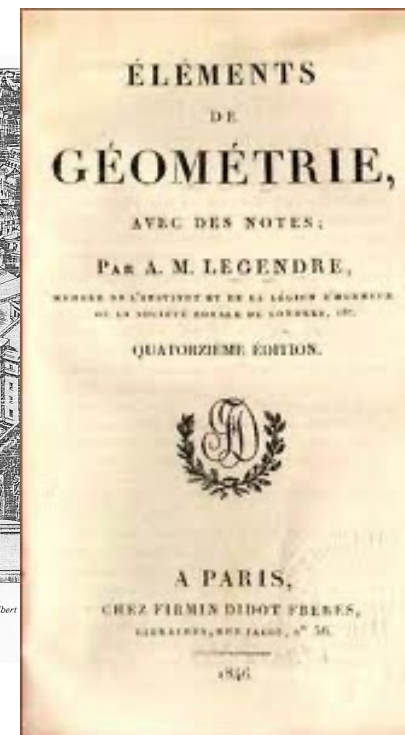


Le ricadute della Rivoluzione francese sull'insegnamento della matematica. Nuovi metodi, nuove scuole e nuovi libri di testo



L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

Gravure d'Albert



19 gennaio 2024

Livia Giacardi

Dipartimento di matematica-Università di Torino

Cronologia degli eventi principali



■ Inizi

La creazione dell'*Assemblée nationale constituante* nel giugno 1789 segna l'inizio della rivoluzione politica: i deputati dei tre stati si attribuirono il compito di dare al paese una Costituzione. Il re **Luigi XVI** tentò di bloccare l'azione dell'Assemblée, ma dopo la rivolta di Parigi del **14 luglio 1789 (assalto alla Bastiglia)** fu costretto a scendere a patti.

■ Monarchia costituzionale

Nel **1791** fu infine approvata la **Costituzione**, che sancì la nascita della prima monarchia costituzionale francese, fondata sulla separazione dei poteri.

■ Proclamazione della Repubblica e condanna del re

Il re fu processato, condannato a morte, e decapitato nel gennaio 1793, in ottobre toccò alla regina.

■ Contrasti nella Convenzione

All'interno della *Convenzione*, la nuova assemblea di deputati eletti a suffragio universale maschile, emergevano contrasti tra i due gruppi: **montagnardi**, di idee egualitarie e antimonarchiche, guidati da Robespierre, Danton e Marat, e i **girondini**, moderati, rappresentanti della borghesia degli affari.

■ Dal Terrore (autunno 1793 – estate 1794) al Termidoro

Prevalse la corrente più rivoluzionaria e i poteri furono affidati a un **Comitato di salute pubblica** guidato da **Robespierre**.

Repressione degli avversari politici: alcune migliaia di oppositori vennero ghigliottinati dopo processi sommari (il Terrore).

1794 - Robespierre e i suoi collaboratori furono arrestati e ghigliottinati senza processo.

■ Si aprì un nuovo ciclo chiamato **Termidoro**, dove prevalse una linea politica moderata.

1795- una **nuova Costituzione** (1795), affidava il governo a un **Direttorio**, composto di cinque membri, e il potere legislativo a un'**Assemblea** divisa in due Camere.

■ La fine della rivoluzione

Negli anni successivi il governo di Parigi cercò di ampliare i confini della Francia e abbattere le monarchie assolute in Europa.

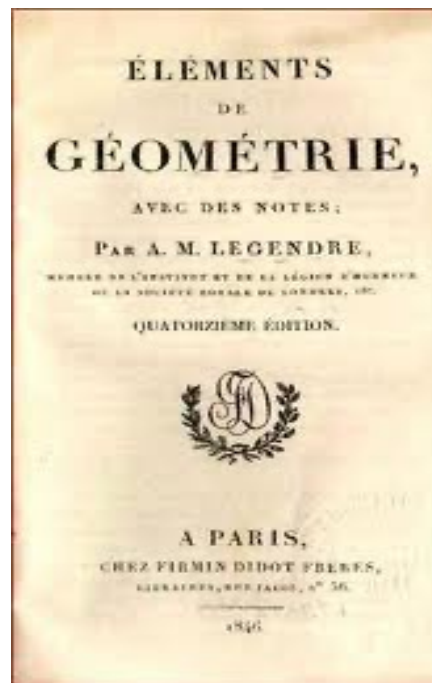
1797-1799 – Campagna d'Italia guidata da **Napoleone Bonaparte**, che invase la penisola e instaurò vari governi repubblicani sul modello della Repubblica francese.

brumaio 1799 – Napoleone, con un **colpo di Stato militare** abolì il governo e trasferì il potere a un Consolato (in cui sedeva con due collaboratori).

La Costituzione dell'anno VIII (1799), gli attribuì pieni poteri: **fine della rivoluzione francese** e diffusione in Europa delle idee rivoluzionarie.

La svolta nel campo dell'insegnamento

- ❑ Nuovi metodi
- ❑ Nuovi libri di testo
- ❑ Nuove istituzioni scolastiche



L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

Gravure d'Albert Decaris.



Cahiers de doléances registri di lamentele dei tre stati sociali (clero, nobiltà, terzo stato). Riguardo all'istruzione si chiede:

- educazione popolare
- intervento del potere civile in materia scolastica
- controlli sulla preparazione dei maestri
- creazione di borse di studio per permettere la continuazione degli studi ai giovani borghesi meno agiati
- parificazione dei giovani borghesi ai nobili per accesso alle scuole militari
- istituzione di un “catechismo civico” accanto a quello religioso
- maggiore legame con la realtà, importanza delle scienze e della lingua nazionale e delle lingue moderne nei programmi scolastici.

□ Nuovi approcci

Jean-Antoine Caritat Condorcet (1743-1794)

l'istruzione pubblica e l'importanza delle matematiche

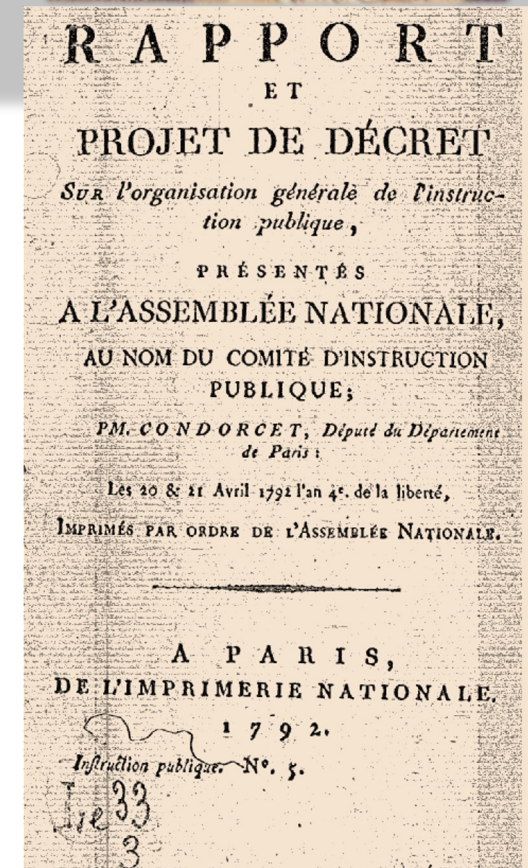
Prima fase della rivoluzione

1791- 5 memorie sull'educazione,

1792 - *Rapport et projet de décret sur l'organisation générale de l'instruction publique* che, anche se non giunse alla discussione pubblica, costituirà un modello per quelli successivi.

Finalità dell'istruzione pubblica:

- mettere tutti in condizione di contribuire al benessere proprio e della collettività
- assicurare a tutti la possibilità di svolgere le funzioni civili cui potranno essere chiamati
- coltivare le **facoltà fisiche, morali e intellettuali** di tutti i cittadini.



La scuola in quanto servizio pubblico deve essere **gratuita** in tutti i suoi gradi, ma **non obbligatoria**. Deve essere **laica e garantire alla donna il diritto alla stessa educazione dell'uomo**.

Individua tre gradi distinti di istruzione:

- il primo grado **comune a tutti** (4 anni) (*écoles primaires*)
- il secondo grado deve avere per oggetto gli **studi relativi alle varie professioni** sia per il vantaggio comune che individuale (*écoles secondaires*)
- il terzo grado, **puramente scientifico**, deve formare « *coloro che la natura destina a far progredire la specie umana* »; e con ciò « *facilitare le scoperte, accelerarle, moltiplicarle* » (*instituts*) [[Condorcet 1792](#), pp. 57-58]

Per ciascun livello occorre definire:

- gli **argomenti** da trattare
- i **libri** per ciascun insegnamento e quali altri **strumenti** è utile aggiungere
- i **metodi di insegnamento**
- quali **maestri** bisogna scegliere, da chi e come devono essere scelti.

Programmi: per stabilire la loro estensione occorre:

- tener conto dell' *“utilità immediata per i cittadini che si vogliono preparare degnamente a tutte le funzioni pubbliche”*
- *“tenersi, senza superarli, nei limiti [di conoscenze] che un'intelligenza media può comprendere, ricordare e serbare”*

Materie: Condorcet introduce elementi di morale e di scienze politiche (costituzione nazionale, elementi di legislazione) e attribuisce particolare importanza alla **matematica e alla fisica e alla loro funzione sociale**.

**□ Il metodo di insegnare le scienze deve cambiare a seconda del livello
scolare e dello scopo che ci si propone insegnandole.**

L'insegnamento dell'Aritmetica nel primo grado scolastico:

*[...] qui l'obiettivo dell'educazione è quello di dare agli alunni le conoscenze di cui avranno bisogno nella vita comune. È quindi necessario, **quando si insegna l'aritmetica ai bambini**, insistere molto sulle ragioni di tutte le operazioni che essa richiede e moltiplicarle, in modo da renderle abituali; soprattutto, poiché è **importante che questa abilità non si separi dalla comprensione dei principi**, bisogna farla acquisire con esercizi su numeri abbastanza piccoli, perché altrimenti la loro attenzione non sarebbe sufficiente per seguire l'operazione e osservare allo stesso tempo i principi di cui essa è solo l'applicazione.*

[Condorcet 1791, p. 67]

□ Funzione sociale dell'insegnamento della matematica e della fisica nel terzo livello scolastico:

*Così, per esempio, nell'insegnamento della matematica, gli alunni devono essere messi in condizione di comprendere e seguire i calcoli dell'**aritmetica politica e commerciale**, e gli elementi delle teorie su cui questi calcoli si basano. Dovrebbero anche ricevere le conoscenze necessarie per non essere ingannati da coloro che propongono macchine, progetti di manufatti e piani di canali, e per amministrare le opere pubbliche **senza essere condannati a fidarsi ciecamente degli addetti al mestiere**. [[Condorcet 1791](#), p. 76]*

*Tutti comprendono l'importanza dell'insegnamento delle scienze politiche ... ma se ne conosce meno la necessità. perchè è ancora poco diffusa e esige la combinazione di due specie di conoscenze che raramente sono state riunite. [...] **la scienza delle combinazioni, i principi e le numerose applicazioni del calcolo delle probabilità** che interessano sia la parte morale che la parte economica della politica; infine **la teoria dell'interesse dei capitali** e tutte le questioni in cui questo interesse interviene, formano le **branche principali di questa scienza**. Continuamente, nelle discussioni relative all'amministrazione e anche alla legislazione se ne sente il bisogno [...]*

*L'ignoranza dei principi di questi calcoli e della natura dei risultati a cui conducono, impedirà di comprendere la soluzione delle questioni cui si applicano e di approfittarne... **quanti errori sono stati commessi [in politica] per l'ignoranza di questi principi**.*

[[Condorcet 1791](#), p. 87]

*Per lo stesso motivo, si dovrebbero **privilegiare quelle parti della fisica che sono utili nell'economia domestica o pubblica**, e poi quelle che ampliano la mente, che **distruggono i pregiudizi e dissipano le vane paure**; che, infine, rivelando ai nostri occhi l'insieme maestoso del sistema delle leggi della natura, allontanano da noi i pensieri gretti e terreni, elevano l'anima a idee immortali, e sono una scuola di filosofia ancor più che una lezione di scienza. [[Condorcet 1791](#), p. 77]*



In questo insegnamento [delle scienze] [...] occorre concentrarsi solo sulle teorie veramente importanti; soprattutto si cercherà di far sentire lo spirito e la portata dei mezzi che hanno portato a nuove verità, di mostrare ciò che è stato frutto del lavoro e ciò che è stata proprio l'opera del genio.

[[Condorcet 1791](#), p. 173]

□ Testi di supporto all'insegnamento

- Gli insegnanti dovrebbero poter consultare libri che *“serviranno a guidarli, conterranno principi sul **metodo di insegnare** e di formare i giovani alle **virtù civili e morali**, spiegazioni e sviluppi degli argomenti contenuti nei libri elementari scolastici”*.
- Gli allievi, oltre ai libri di testo tradizionali, dovrebbero disporre di una **piccola enciclopedia**, di **giornali** da cui trarre ogni anno i fatti più interessanti (notizie politiche amministrative, sui progressi delle scienze, sull'economia rurale, ...) da riportare in un “**almanacco**” che permetterà una consultazione rapida.

Occorre inoltre incoraggiare

- l'**edizione abbreviata di opere di scienziati** e studiosi dei secoli XVII e XVIII (Descartes, Arnauld, ...)
- la **traduzione dei testi più importanti** nelle scienze, nelle arti, nella politica, filosofia, storia... apparsi negli altri paesi.

L'istruzione ricavata dai libri deve unirsi a quella che si può acquisire nei **musei** di storia naturale o di macchine, negli orti botanici, ...

□ Principio generale

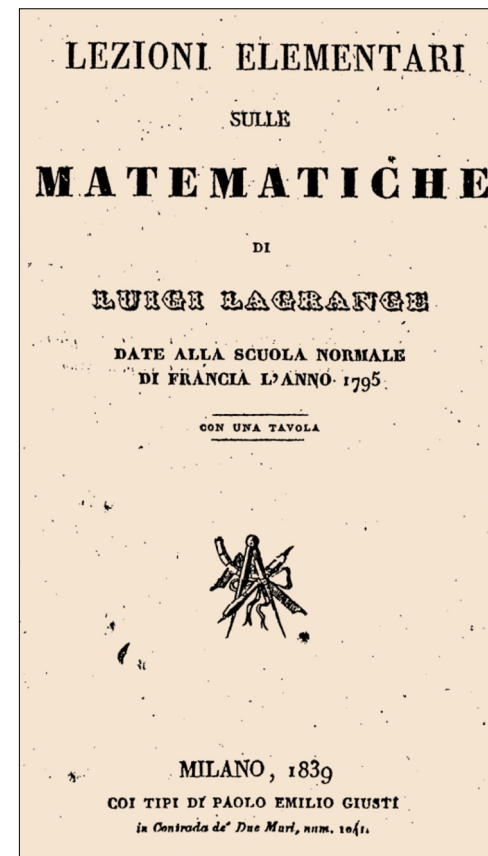
Libertà di ricerca, libertà di espressione, libertà di insegnamento.

“nessun potere pubblico deve avere l'autorità di impedire lo sviluppo di verità nuove o l'insegnamento di teorie contrari alla sua particolare politica o ai suoi interessi contingenti”.

Il progetto di Condorcet costituisce la **più lucida e completa formulazione dell'ideale pedagogico settecentesco**, ma non trovò le forze politiche capaci di attuarlo.

Influenza sulle successive riforme.

❑ Nuovi libri di testo



Un concorso pubblico per la redazione di nuovi libri elementari, 1794

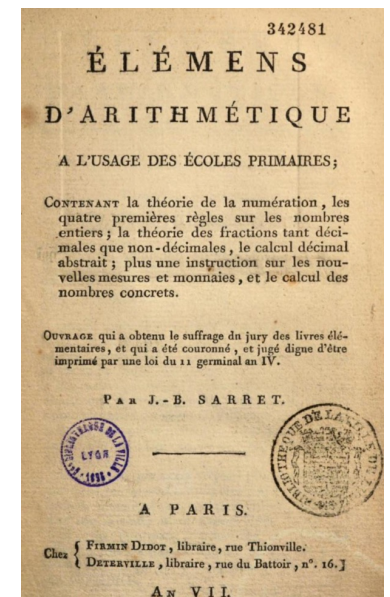
Dicembre 1792 - il *Comité d'Instruction publique* sottopose al parlamento un progetto di concorso pubblico per la redazione di nuovi libri elementari “*il mezzo più efficace per il rinnovamento dell'insegnamento*”.

L'instabilità politica fece sì che il **primo concorso pubblico fu bandito nel 1794**.

Giuria per la matematica: **Lagrange, Monge, Vandermonde**.

Per la matematica risultarono vincitori:

- il testo inedito *Elémens d'arithmétique à l'usage des Ecoles primaires...* (par J. B. Sarret) 1799, Paris: Didot
- il testo già pubblicato di A.-M. Legendre, *Eléments de géométrie* (1794, Paris: Didot

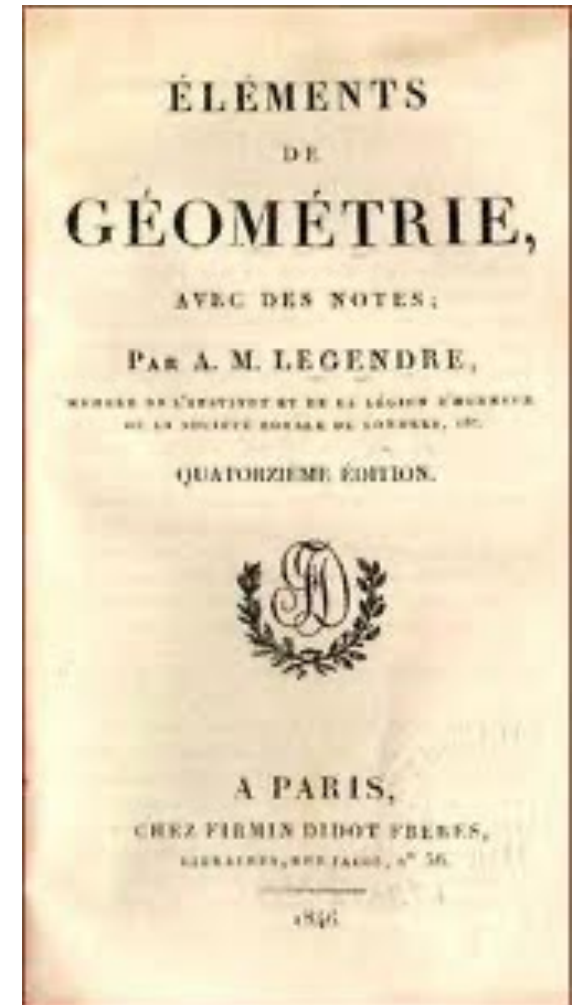


**Adrien-Marie Legendre
(Parigi 1752, Parigi 1833)
e il suo fondamentale testo di geometria**



Eléments de géométrie (1794)

L'approccio alla geometria, diverso da quello di Euclide, si vede fin dall'esordio.
L'opera con la seguente definizione di geometria:
«La Geometria è una scienza che ha oggetto la misura dell'estensione».



ÉLÉMENTS DE GÉOMÉTRIE.

LIVRE PREMIER.

LES PRINCIPES.

DÉFINITIONS.

I. LA géométrie est une science qui a pour objet la mesure de l'étendue.

L'étendue a trois dimensions, longueur, largeur et hauteur.

II. La *ligne* est une longueur sans largeur.

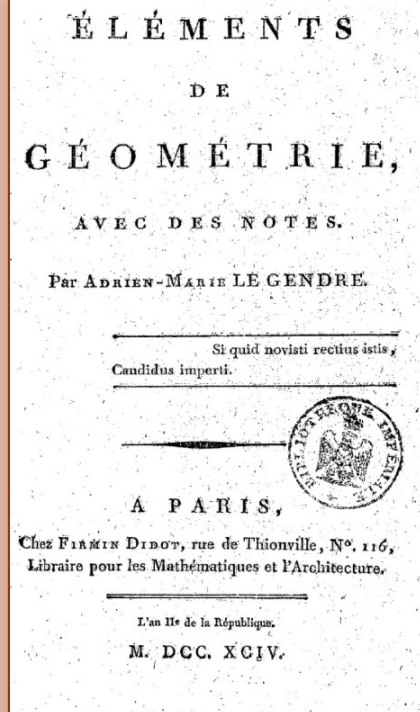
Les extrémités d'une ligne s'appellent *points* : le point n'a donc pas d'étendue.

III. La *ligne droite* est le plus court chemin d'un point à un autre.

IV. Toute ligne qui n'est ni droite ni composée de lignes droites est une *ligne courbe*.

Ainsi AB est une ligne droite, ACDB une ligne brisée ou composée de lignes droites, et AEB est une ligne courbe.

A



Elementi, Libro I

Termini (*Óroi*) (sono 23)

I. un punto è ciò che non ha parti

IV. la retta è la linea che giace ugualmente rispetto ai suoi punti

Postulati (*aitémata*)

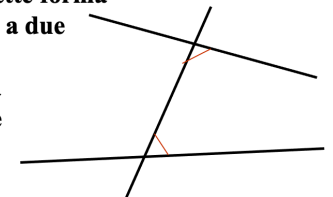
I. Si può tracciare una retta da un punto qualsiasi a un punto qualsiasi

II. Si può prolungare indefinitamente una retta finita

III. Si può descrivere un cerchio con un centro qualsiasi e un raggio qualsiasi

IV. Tutti gli angoli retti sono uguali

V. Se una retta che interseca due altre rette forma dalla stessa parte angoli interni inferiori a due angoli retti, le due rette, se prolungate indefinitamente, si incontrano da quella parte dove gli angoli sono inferiori a due angoli retti.



❑ La linea retta è definita facendo riferimento ad un concetto numerico considerato intuitivo, quello di distanza:

La linea retta è il cammino più breve da un punto all'altro .

*Questa definizione appariva chiarissima ai tempi di Legendre, e parrà tale agli allievi che incominciano uno studio di Geometria. Invece è cosa nota a tutti che l'idea di cammino, o lunghezza d'una linea, che comparisce nella definizione di retta, è **molto più complicata dell'idea che definisce** [...]. Quindi la definizione di Legendre, che esprime un'idea semplice mediante una più complicata, si deve rifiutare; e così è fatto nei moderni trattati.*

[G.Peano 1910, *Sui fondamenti dell'analisi*, Bollettino della Società Mathesis, p. 31]

Per Legendre semplifica la trattazione:

per esempio la prop. 20,I degli *Elementi* di Euclide (in un triangolo un lato è minore della somma degli altri due) diventa una conseguenza immediata della sua definizione di retta e può essere posta da Legendre all'inizio della trattazione sui triangoli [1794, pp. 11-12].

□ Intreccia geometria con aritmetica e algebra

Alle definizioni, Legendre fa seguire la "Spiegazione dei termini e dei segni" dove introduce i **simboli dell'aritmetica che utilizzerà nella trattazione.**

❑ Distingue tra assioma, «*proposizione evidente di per se stessa*» e teorema, «*verità che diviene evidente per mezzo di un ragionamento chiamato dimostrazione*» [1794, p. 4], tuttavia **non si preoccupa di enunciare sistematicamente e esplicitamente come Euclide tutti gli assiomi.**

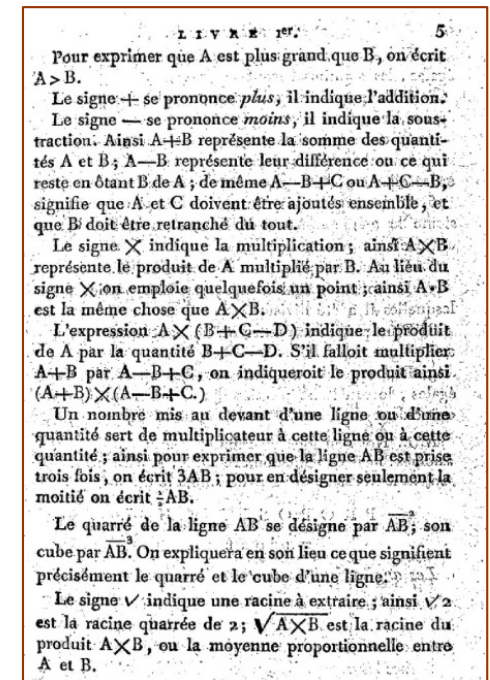
❑ La sequenza strettamente concatenata degli argomenti che caratterizza gli *Elementi* di Euclide è rivoluzionata.

Le proposizioni degli *Elementi* sono di due tipi:

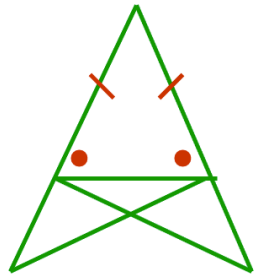
Teoremi in cui si dimostra che una certa affermazione è vera

Problemi in cui si costruisce un oggetto a partire da altri oggetti utilizzando solo i tre postulati costruttivi.

Euclide introduce un ente solo dopo che ne ha data la costruzione, dunque problemi e teoremi si alternano in una **perfetta concatenazione logica**.



Legendre invece non ritiene le costruzioni indispensabili per le dimostrazioni dei teoremi e, in linea di massima, raggruppa i problemi in fondo alle varie sezioni.



Per esempio nella proposizione 5 del I libro relativa alla congruenza degli angoli alla base di un triangolo isoscele Euclide non si serve della bisettrice perché ne darà la costruzione solo nella successiva proposizione 9 .

PROPOSITION XII.

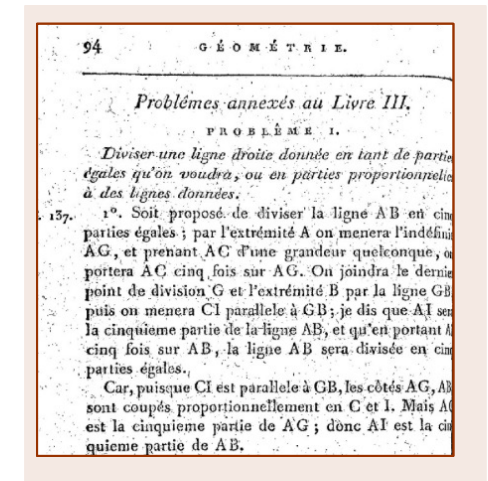
THÉORÈME.

Dans un triangle isoscele, les angles opposés aux côtés égaux sont égaux.

[1794, pp. 13-14]

Soit le côté $AB = AC$, je dis qu'on aura l'angle $G = B$.

Tirez la ligne AD du sommet A au point D , milieu de la base BC , les deux triangles ABD , ADC , auront les trois côtés égaux chacun à chacun; savoir AD commun, $AB = AC$ par hypothèse, et $BD = DC$ par construction; donc, en vertu du théorème précédent, l'angle B est égal à l'angle C .



Legendre utilizza la mediana e il III criterio di congruenza dei triangoli.

N. B. Pour l'intelligence de ce livre et des suivants, il faut avoir présente la théorie des proportions, pour laquelle nous renvoyons aux traités ordinaires d'arithmétique et d'algebre. Nous ferons seulement une observation, qui est tres importante pour fixer le vrai sens des propositions, et dissiper toute obscurité, soit dans l'énoncé, soit dans les démonstrations.

Si on a la proportion $A:B::C:D$, on sait que le produit des extrêmes $A \times D$ est égal au produit des moyens $B \times C$.

Cette vérité est incontestable pour les nombres; elle l'est aussi pour des grandeurs quelconques, pourvu qu'elles s'expriment ou qu'on les imagine exprimées en nombres; et c'est ce qu'on peut toujours supposer: par exemple, si A, B, C, D , sont des lignes, on peut imaginer qu'une de ces quatre lignes, ou une cinquieme, si l'on veut, serve à toutes de commune mesure et soit prise pour unité; alors A, B, C, D , représentent chacune un certain nombre d'unités, entier ou rompu, commensurable ou incommensurable, et la proportion entre les lignes A, B, C, D , devient une proportion de nombres.

Le produit des lignes A et D , qu'on appelle aussi leur *rectangle*, n'est donc autre chose que le nombre d'unités linéaires contenues dans A , multiplié par le nombre d'unités linéaires contenues dans B ; et on conçoit facilement que ce produit peut et doit être égal à celui qui résulte semblablement des lignes B et C .

[Legendre 1794, pp. 58-59]

- Tutta la teoria euclidea delle proporzioni tra grandezze del V libro, puramente geometrica, diventa superflua in quanto **tutto viene ricondotto a teoremi di aritmetica e di algebra.**

Questo, però, fa sì che, quando Legendre estende la sua trattazione a **grandezze incommensurabili**, essa rimane priva di un fondamento sicuro non essendo stata preventivamente definita in modo rigoroso l'uguaglianza di rapporti tra grandezze di tal genere.

Car 1°. la différence de ces côtés est égale au diamètre EF ou AB; 2°. le rectangle DE $\times$ DF est égal à AD²; donc le rectangle sera équivalent au carré donné C.

PROBLÈME XIX.

E. 154. *Trouver la commune mesure, s'il y en a une, entre la diagonale et le côté du carré.*

Soit ABCG un carré quelconque, AC sa diagonale.

Il faut d'abord porter CB sur CA autant de fois qu'il peut y être contenu, et pour cela soit décrit du centre C et du rayon CB le demi cercle DBE: on voit que CB est contenu une fois dans AC avec le reste AD. Le résultat de la première opération est donc le quotient 1 avec le reste AD, qu'il faut comparer avec CB ou son égale AB.

On peut prendre AF=AD, et porter réellement AF sur AB; on trouveroit qu'il y est contenu deux fois avec un reste: mais comme ce reste et les suivants vont en diminuant, et que bientôt ils échapperoient par leur petitesse, ce ne seroit là qu'un moyen mécanique imparfait d'où l'on ne pourroit rien conclure pour décider si les lignes AC, CB, ont entre elles ou n'ont pas une commune mesure; or il est un moyen très simple d'éviter les lignes décroissantes et de n'avoir à opérer que sur des lignes qui restent toujours de la même grandeur.

En effet, l'angle ABC étant droit, AB est une tangente et AE une sécante menée du même point; de sorte qu'on a AD : AB :: AB : AE. Ainsi dans la seconde opération, qui consiste à comparer AD avec AB, on peut, au lieu du rapport de AD à AB, sub-

situer celui de AB à AE: or AB ou son égale CD est contenue deux fois dans AE avec le reste AD; donc le résultat de la seconde opération est le quotient 2 avec le reste AD qu'il faut comparer à AB.

La troisième opération, qui consiste à comparer AD avec AB, se réduira de même à comparer AB avec AE, et on aura encore 2 pour quotient et AD

Di qui risulta che l'operazione non avrà mai fine e dunque non esiste una misura comune fra la diagonale e il lato del quadrato, verità già nota dall'aritmetica, poichè queste due linee stanno fra loro come $\sqrt{2}$ sta a 1

trique.

Scholie. Il n'est donc pas possible non plus de trouver le rapport exact en nombres de la diagonale au côté du carré; mais on peut en approcher tant

qu'on voudra au moyen de la fraction continue qui est égale à ce rapport. La première opération a donné pour quotient 1; la seconde et toutes les autres à l'infini donnent 2; ainsi la fraction dont il s'agit est $1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \dots}}}}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots$, etc. à l'infini.

Par exemple, si on calcule cette fraction jusqu'au quatrième terme inclusivement, on trouve que sa valeur est $1 \frac{12}{29}$ ou $\frac{41}{29}$; de sorte que le rapport approché de la diagonale au côté du carré est :: 41 : 29. On trouveroit un rapport plus approché en calculant un plus grand nombre de termes.

- ❑ L'intento di semplificare e di alleggerire la trattazione fa sì che Legendre **non faccia uso del metodo di esaustione** (doppia riduzione all'assurdo).

L'edizione degli *Elements* curata da Blanchet, invece, si utilizzano «*les principes de la théorie des limites*», introducendo in modo intuitivo il concetto di limite e dimostrandone alcune elementari proprietà [Legendre/Blanchet 1852, pp. 115 segg.].

On appelle *limite* une grandeur fixe dont une quantité variable peut approcher d'aussi près qu'on veut sans pouvoir l'atteindre.

ÉLÉMENTS
DE GÉOMÉTRIE

PAR A. M. LEGENDRE,
AVEC ADDITIONS ET MODIFICATIONS,

PAR M. A. BLANCHET,

Ancien élève de l'École polytechnique,
directeur des études mathématiques de Saint-Barbe.

DEUXIÈME ÉDITION,

SUIVIE

DE LA QUINZIÈME ÉDITION,

DONNÉE

PAR A. M. LEGENDRE,

Membre de l'Institut et de la Légion d'honneur,
de la Société Royale de Londres, etc.



PARIS,

LIBRAIRIE DE FIRMIN DIDOT FRÈRES,
IMPRIMEURS DE L'INSTITUT DE FRANCE,
RUE JACOB, 54.

1852.

PROPOSITION XIII.

THÉORÈME.

1^o Les circonférences sont entre elles comme leurs rayons.

2^o Les surfaces des cercles sont comme les carrés des rayons.

fig. 165. 1^o Inscrivons dans les circonférences dont les rayons sont OB et CA, deux polygones réguliers semblables.

Soient P et p les périmètres de ces polygones; désignons par R et r les rayons OB et CA, et par C et c leurs circon-

* pr. 8. férences, on aura *

$$\frac{P}{R} = \frac{p}{r}.$$

Si l'en double indéfiniment le nombre des côtés des polygones inscrits, les périmètres P et p s'approchent in-

* pr. 11. définiment de C et c; les quotients $\frac{P}{R}$, $\frac{p}{r}$ tendront donc *

vers les limites $\frac{C}{R}$, $\frac{c}{r}$; or, de l'égalité des variables, on con-

* pr. 10. clut celle de leurs limites*; donc

$$(1) \quad \frac{C}{R} = \frac{c}{r}.$$

2^o Soient C', c', les surfaces des mêmes cercles; S et s, les surfaces de deux polygones réguliers semblables ins-

* pr. 8. crits, on aura *

$$\frac{S}{R^2} = \frac{s}{r^2}.$$

Considerando il **cerchio** come **limite comune verso cui tendono i poligoni regolari inscritti e circoscritti** al crescere del numero dei lati, il teorema che afferma che i cerchi stanno fra loro come i quadrati dei diametri, discende in modo immediato dall' analoga proprietà dei poligoni regolari [Legendre/Blanchet 1852, pp. 120-121].

LIVRE IV.

121

Or, les quantités $\frac{S}{R^2}$, $\frac{s}{r^2}$ ont pour limites $\frac{C'}{R^2}$, $\frac{c'}{r^2}$, donc* *p

$$(2) \quad \frac{C'}{R^2} = \frac{c'}{r^2}.$$

Scolie. De l'égalité (1) on déduit aussi :

$$\frac{C}{2R} = \frac{c}{2r}.$$

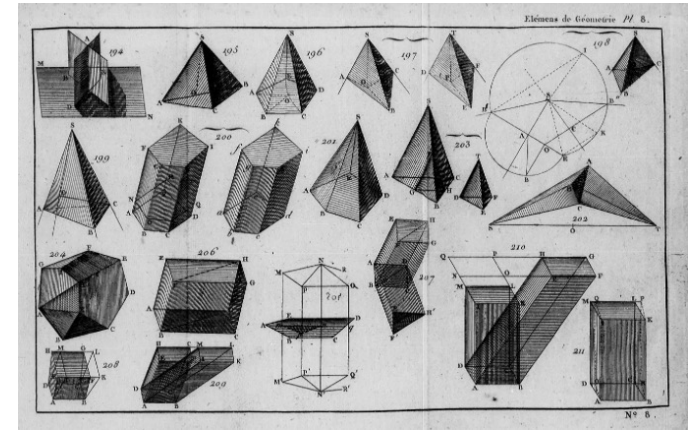
Donc le rapport d'une circonférence à son diamètre est le même pour toutes les circonférences. Ce rapport, qu'on désigne ordinairement par π , est incommensurable, et ne peut être calculé qu'approximativement. Sa valeur en décimales est

$$\pi = 3,1415926535897932, \text{ etc. } \dots$$

Nous donnerons bientôt une méthode élémentaire pour calculer approximativement la valeur de π .

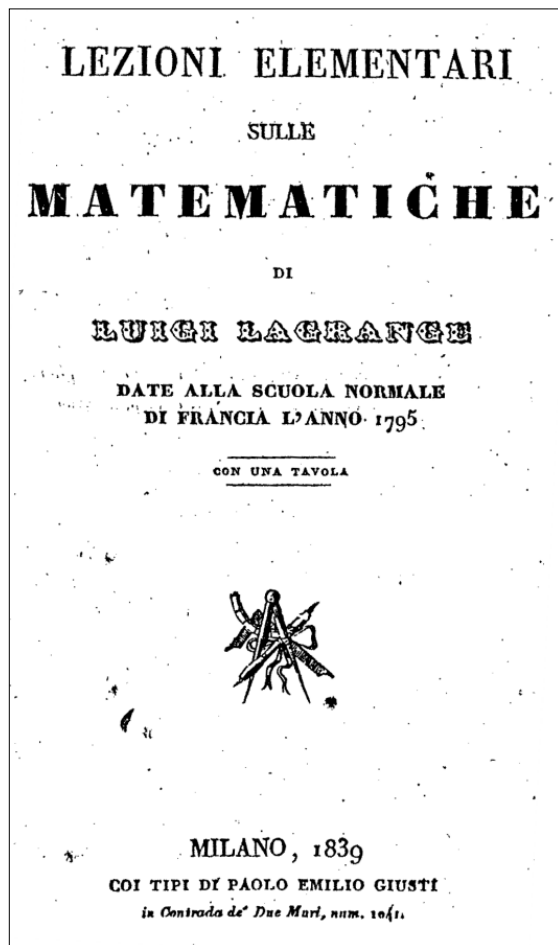
□ Legendre aggiunge:

- appendici e note con approfondimenti (dimostrazione di Lambert dell'irrazionalità di π con le frazioni continue, riflessioni sulla teoria delle parallele, area di un triangolo sferico, uguaglianza e similitudine di poliedri, ...) [Legendre 1794, p. 279 segg.]
- trigonometria rettilinea e sferica [Legendre 1823, p. 337 segg.]



Lo scopo principale [di Legendre] è ancora un sistema astratto e chiuso in sé della geometria elementare. D'altra parte ci sono però notevoli differenze:

- 1. Per quanto riguarda lo stile espositivo il testo di Legendre è continuo e facilmente leggibile [...].*
- 2. Per quanto riguarda il contenuto, il punto essenziale è che Legendre, contrariamente ad Euclide, **fa un consapevole uso dell'aritmetica** elementare del suo tempo; è cioè [...] "seguace" della fusione fra aritmetica e geometria, e aggiunge a questa fusione addirittura la trigonometria [...].*
- 3. Il punto di vista principale di Legendre è un po' spostato, rispetto ad Euclide, dalla parte logica a quella intuitiva. Euclide [...] pone tutto il peso sul ragionamento logico, che cerca [...] di non mischiare con l'intuizione; tutto ciò che si deve riferire all'intuizione è premesso negli assiomi. Invece per Legendre l'importante non è questo; anche all'interno di una deduzione utilizza talvolta ragionamenti intuitivi. [F. Klein, EMHSP, II]*



Le lezioni elementari di Lagrange (1795) 5 lezioni dal 16 pluvioso al 22 germinale

Giuseppe Luigi Lagrange nasce a Torino il 25.1.1736 e muore a Parigi il 10.4.1813. La sua vita si articola in tre fasi principali:

1736-1766 Torino

1766-1787 Berlino

1787-1813 Parigi

Durante la Rivoluzione, pur non prendendo parte attiva alla vita politica e rifuggendo le esasperazioni del Terrore, Lagrange collabora ai lavori della Commissione di pesi e misure e al programma per la riorganizzazione dell'insegnamento e della ricerca.

1794 - è nominato, a fianco di P. S. Laplace, professore di matematica all'École Normale per la formazione degli insegnanti

*Cittadini, poiché il tempo destinato al corso intero di matematiche è abbastanza breve, e poiché del resto sono appena state date conferenze particolari sulle matematiche [Laplace], si è deciso che quelle che si dovevano tenere qui sulla stessa scienza fossero sostituite da lezioni dove si presenteranno gli **sviluppi che non potevano entrare nel corso principale e dove si esporrà il percorso analitico degli inventori** e gli artifici che hanno impiegato per vincere le difficoltà che potevano fermarli.*

Lagrange ritiene che uno degli obiettivi della Scuola Normale sia quello di “rettificare la lingua delle scienze:

la lingua filosoficamente più perfetta sarà quella dove si potranno esprimere il maggior numero di idee con il più piccolo numero possibile di parole.

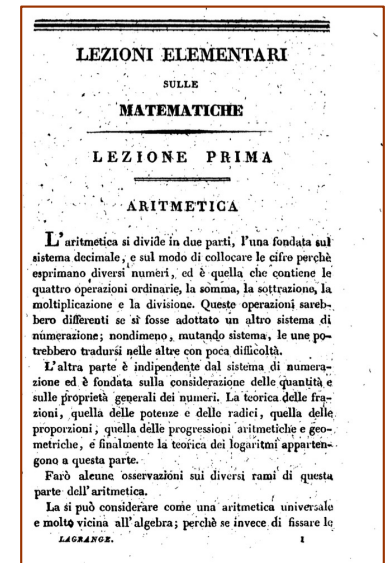
[lez. I]

Le lezioni di Lagrange sono poco strutturate, ricche di riferimenti storici, riflessioni critiche e epistemologiche sui metodi e sui diversi settori delle matematiche.

Lagrange inserisce risultati avanzati esposti in modo sintetico.



I contenuti delle lezioni



I lezione – *Sull'aritmetica dove si trattano le frazioni e i logaritmi* [p. 1]

(Teoria delle **frazioni continue**, ...)

II lezione – *Sulle operazioni dell'aritmetica* [p. 19]

(Regole di divisibilità e “**teoria dei resti**” [congruenze],
applicazione delle frazioni continue alla risoluzione di equazioni
indeterminate lineari in interi, ...)

III lezione – *Sull'algebra dove si dà la soluzione delle equazioni di 3° e 4° grado* [p. 42]

(Introduzione storica sulle equazioni e studio critico approfondito
dei metodi di risoluzione dell'equazione di 3° grado e del caso
irriducibile...)

IV lezione – *Sulla risoluzione delle equazioni numeriche* [p. 75]

(Teorema dei valori intermedi, ...)

V lezione – *Sull'uso delle curve nella soluzione dei problemi* [p. 99]

(Esempi di problemi che si risolvono con costruzioni geometriche che
permettono di determinare **una soluzione approssimata**. Curva degli
errori. Polinomio di interpolazione di Newton e variante di Lagrange,...)

Il montagnardo G. Romme scrisse: *Gli allievi si aspettavano di trovare nelle lezioni dei loro professori nozioni elementari; **non vi hanno trovato che nozioni accademiche.***

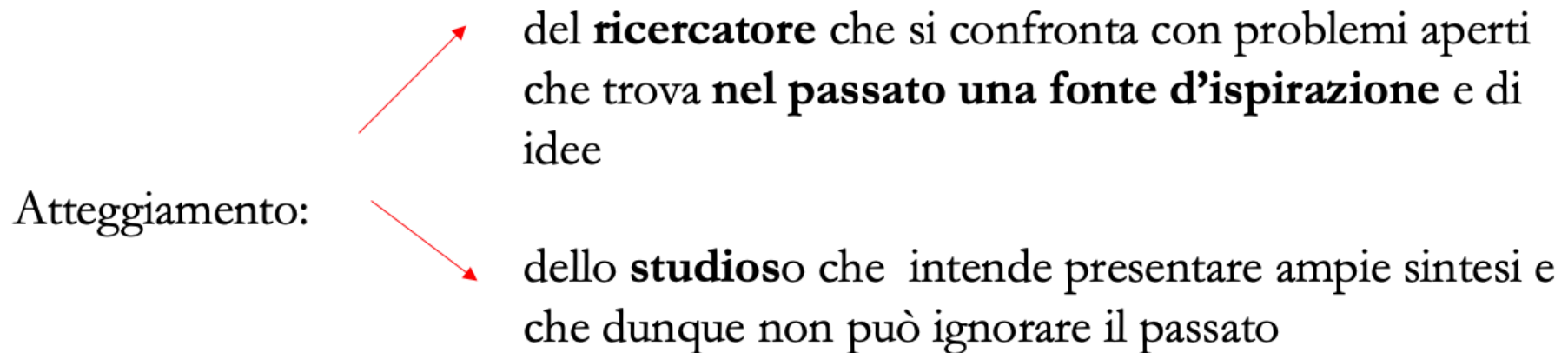
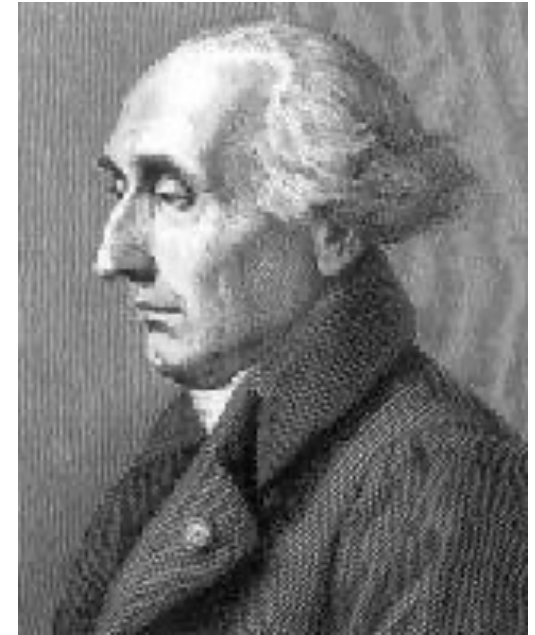
L'allievo Fourier: *'Lagrange, il primo dei sapienti in Europa, sembra avere 50-60 anni, ma è più giovane; nei suoi tratti vi è la dignità e finezza nella fisionomia; pare un po' gracile e pallido, la sua voce è bassa a meno che si entusiasmi; ha un accento italiano molto marcato ... nel parlare ha l'imbarazzo e la semplicità di un bambino. Tutti vedono bene che è un uomo straordinario, ... Parla solo nelle conferenze, e usa delle espressioni che eccitano il riso. Diceva l'altro giorno: «Su questo argomento ci sono ancora cose da dire, ma non le dirò». **Gli allievi, la maggior parte dei quali sono incapaci di apprezzarlo, non gli fanno una gran accoglienza, ma i professori lo ricompensano di ciò.***

[cit. in Dhombres, 1992, p. 183]

La dimensione storica

Note storiche: sui sistemi di numerazione, sui logaritmi, sulla risoluzione di equazioni algebriche.

L'uso della storia delle matematiche nelle lezioni serve a Lagrange per **rendere gli sviluppi della teoria meno astratti, esplicitare le problematiche in gioco, illustrare il cammino percorso dai matematici nella risoluzione dei problemi.**



L'ideale analitico

[L'algebra] *è una scienza che per i progressi immensi che ha fatto dopo Diofanto, è diventata una di quelle che fanno più onore allo spirito umano* [lez. III]

Visione filosofica profonda delle matematiche:

Lagrange cerca punti di vista che gli permettano di realizzare **vaste sistemazioni teoriche** e di ottenere a priori metodi, dimostrazioni e procedure le più uniformi possibili e vevoli nei casi più generali.

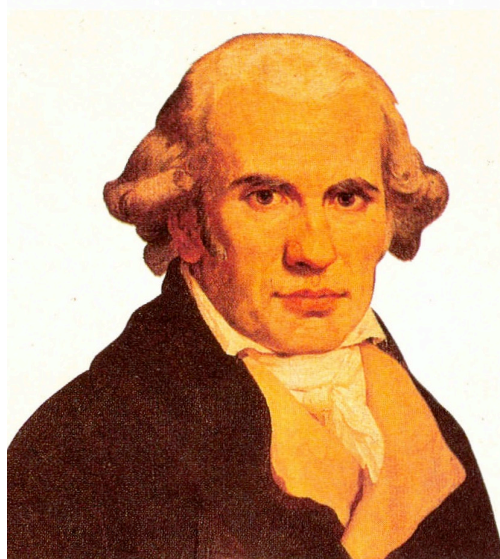
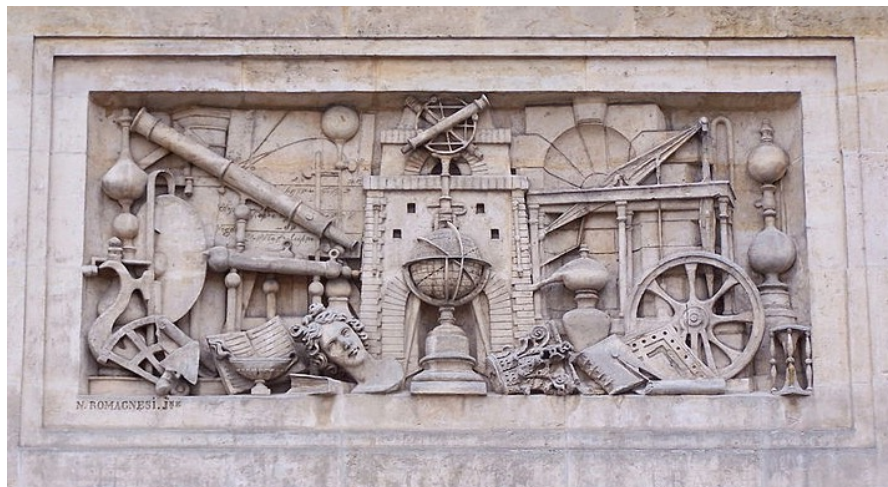
L'ideale scientifico di Lagrange è un **ideale analitico** e si percepisce nelle sue ricerche di analisi, meccanica, teoria dei numeri e soprattutto di algebra.

*Il suo [dell'algebra] oggetto non è quello di trovare i valori stessi delle quantità cercate, ma il **sistema di operazioni** da fare sulle quantità date per dedurne i valori delle quantità che si cercano, in base alle condizioni del problema.* [Lagrange, *Traité sur la résolution numérique des équations*, 1808]

L'algebra è soprattutto un **metodo**

Elemento essenziale: **i simboli** per semplificare la scrittura, aiutare la memoria, guidare il pensiero e permettere di ottenere nuovi risultati con ragionamenti quasi automatici.

❑ La creazione di nuove scuole



L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.



SCIENCEPHOTOLIBRARY

Come conseguenza della Rivoluzione vengono demolite le vecchie strutture scolastiche, nel febbraio **1790** sono soppresse le congregazioni religiose e i vecchi maestri (perlopiù appartenenti al clero) si disperdono.

Numerosi progetti di riforma che però non arrivano in porto

Cause: { grande varietà e ampiezza di compiti dell'Assemblea
forti contrasti fra le varie correnti politiche

Agosto-settembre 1793 – vengono chiuse tutte le accademie e società culturali e poi l'università

► **Avversione contro l'autonomia e la funzione guida della cultura** e della scuola, timore che la cultura specializzata porti alla nascita di una nuova aristocrazia dei *savants*.

Robespierre in un suo discorso (7 maggio 1794) attacca gli illuministi “*ciarlatani ambiziosi, ... uomini piccoli e vani*” e afferma che tutte le conquiste della rivoluzione sono state fatte “*senza gli scienziati e malgrado gli scienziati*” dal “*genio senza istruzione*”.

Però la necessità di sviluppare il potenziale bellico della Francia incentiva la ricerca scientifica:

Un esempio:

- La necessità di **produrre polvere da sparo** è un altro esempio di rivincita della scienza contro *“l'ingegno senza cultura”*

Problema: trovare grandi quantitativi di salnitro.

Nel 1793 **Carnot** ottiene dal Comitato di salute pubblica la “requisizione degli scienziati” e saranno gli scienziati a risolvere il problema. Furono creati **corsi professionali accelerati** per formare operai specializzati nella produzione della polvere da sparo.

800 uomini fra i 25 e 30 anni frequentarono a Parigi un corso di un mese sotto la guida di scienziati come **Monge, Berthollet, Fourcroy**,
...



Lazare Carnot
1752-1823

In questa collaborazione fra scienziati e mondo della politica c'è il **germe delle importanti iniziative istituzionali** che si attueranno dopo la crisi che seguì il periodo del Terrore.

► **Difficoltà che il governo rivoluzionario incontra nell'applicare i decreti dell'Assemblea in fatto di istruzione.**

Cause:

- Mancavano gli insegnanti
- Mancavano le sedi per le scuole e le suppellettili indispensabili...
- Non erano stabilite regole precise relative all'età di ammissione, agli orari, al numero di allievi per maestro, ...
- l'obbligo scolastico non veniva rispettato.

Dal Termidoro al Direttorio (1794-1799) – impegno del potere politico nell'affrontare in problema educativo.

Vengono create: la ***Scuola Normale***
le ***Scuole Centrali***
l' ***Ecole Polytechnique***

La Scuola Normale

30 Ottobre 1794 (brumaio anno III) J. Lakanal illustra il progetto di una **Scuola Normale** (*norma* = regola):

Sarà stabilita a Parigi una Scuola Normale alla quale saranno chiamati, da tutte le parti della repubblica, dei cittadini già istruiti nelle scienze utili, per imparare, sotto la guida dei professori più preparati nei singoli rami, l'arte di insegnare. (Art. 1)

- Gli allievi seguiranno un corso di 4 mesi (pagato) dove : *“impareranno ad applicare all'insegnamento della lettura, della geometria pratica, della storia e della grammatica francese i metodi indicati nei libri elementari adottati dalla convenzione”* (Art. 8)

- Terminato il corso **torneranno nel proprio distretto e vi apriranno una scuola normale** dove insegneranno ciò che hanno appreso a chi intendesse dedicarsi all'insegnamento pubblico.

La scuola si apre il 1° piovoso (20 gennaio) anno III.

Frequentanti 1400 molto eterogenei: militari, scrivani, funzionari, magistrati, maestri di scuola primaria, professori di collegi, ...

Sede: Anfiteatro del Museo di Storia Naturale

Insegnanti: **Lagrange**, **Laplace** (matematica), **Monge** (geometria descrittiva), **Berthollet** (chimica), **Bernardin de Saint-Pierre** (grammatica), abate **Sicard** (“analisi del processo di apprendimento”), ...

P.S. Laplace



C.L. Berthollet



G. Monge



La scelta di questi insegnanti mostra un allontanamento dal progetto iniziale:

“Presentare le più importanti scoperte fatte nelle scienze, svilupparne i principi per evidenziare le idee felici che le hanno determinate, indicare la via più diretta che può condurre ad esse, le migliori fonti dove si possano trarre i dettagli, ciò che rimane da fare e il cammino che bisogna ancora compiere: questo è l’obiettivo della Scuola Normale e da questo punto di vista saranno affrontate le matematiche”
[Lagrange e Laplace, cit. in Dhombres 1992]

30 floreale (19 mai 1795)- Si decreta la chiusura della scuola

Strofa satirica:

Allez-vous en

Très promptement

Reprendre votre premier rôle.

Allez-vous en planter vos choux

Jean-Baptiste Biot : *un'immensa colonna di luce, uscita all'improvviso nel mezzo di questo paese desolato, si innalzò così in alto che il suo immenso splendore poteva coprire tutta la Francia e illuminare il futuro.*

La **Scuola Normale** ebbe il merito di stabilire un metodo rivoluzionario di insegnamento:

- **La triade dei professori di matematica era impressionante:**

Lagrange (meccanica analitica e calcolo delle variazioni), **Laplace** (sviluppi analitici del calcolo delle probabilità, studi sui movimenti dei pianeti), **Monge** (geometria descrittiva, geometria differenziale, equazioni alle derivate parziali)

- **Ricerca e didattica erano strettamente legate**

Lagrange espone la teoria delle frazioni continue, il suo metodo per la risoluzione delle equazioni algebriche, ...; Laplace introduce il calcolo delle probabilità ; Monge dà la prima esposizione della geometria descrittiva

- **Stenografi prendevano nota delle lezioni date a braccio dai professori**, le note venivano riviste immediatamente dai professori, venivano stampate e date agli studenti.

Le Scuole centrali

Il decreto Lakanal del novembre 1794 prevedeva la soppressione dei collegi (art. 3, cap. 3).

In base ad un decreto del 25 febbraio 1795 i collegi dovevano essere sostituiti dalle Scuole Centrali.

- Una ogni 300.000 abitanti
- Prevalenza materie scientifiche e lingue viventi
- Esclusione dell'insegnamento religioso

Vengono aperte solo nel 1796.



L'École Centrale di Grenoble

1796 erano state inaugurate a Grenoble le *Écoles centrales*.

Lo scopo di queste scuole era quello di “*formare la nuova generazione alle virtù repubblicane*”.



- Maggiore rilievo alle scienze: matematica, fisica, chimica, scienze naturali,
- importanza alle applicazioni pratiche,
- metodo di insegnamento: per le scienze si doveva procedere dall'esperienza e dall'osservazione per giungere in un secondo tempo ad una presentazione razionale della materia.

Étienne B. de Condillac: *è più proficuo educare prima i sensi degli allievi e poi la loro ragione, condurli a scoprire da soli le verità scientifiche e insegnare loro un metodo per acquisire le conoscenze, piuttosto che appesantire la loro mente con una massa di nozioni inerti.*

Lezioni: dal 21 o il 22 novembre → 21 o il 22 settembre dell'anno successivo

dai 12 anni - scienze naturali, disegno e latino.

dai 14 anni - matematica, fisica e chimica.

dai 16 anni - lettere, grammatica, legislazione e storia.

Gli studenti avevano ampia libertà:

programma su misura e dunque più interessante e stimolante.

I corsi più seguiti erano quelli di **disegno** e di **matematica**:

nel 1800 gli allievi del corso di disegno erano **143**, quelli del corso di matematica **76** contro gli **11** di lettere [ADI, L 517 - L 520].

I sezione	<u>Scienze naturali</u>	8-10 (giorni dispari)
	Lingue antiche	10-12 (tutti i giorni)
	Disegno	16-18 (tutti i giorni)
II sezione	<u>Chimica</u>	8-10 (giorni dispari)
	 <u>Matematica</u>	14-16 (tutti i giorni)
III sezione	Grammatica	8-10 (giorni dispari)
	Lettere	10-12 (giorni dispari)
	Storia	10-12 (giorni pari)
	Legislazione	14-16 (giorni pari)

1796 - il primo anno dell'*École centrale* di Grenoble, gli allievi erano **196** di cui **20** frequentavano per puro interesse senza essere regolarmente iscritti.

Fra questi Giovanni Plana che rimane tre anni a Grenoble e Henri Beyle.

Il corso di matematica durava due anni, il docente era **Sébastien-Henri Dupuy de Bordes** (1746-1814),
Gli argomenti del corso erano:

I anno - aritmetica, geometria piana, algebra e trigonometria,

II anno - geometria dello spazio, **elementi di calcolo differenziale e integrale**, con particolare attenzione alle applicazioni.

Libri di testo: trattati settecenteschi fra cui l' *Introductio in analysin infinitorum* di Euler .

Dupuy, il borghese più enfatico e paternalista che abbia mai visto, era un insegnante di matematica senza ombra di talento. Era a malapena un agrimensore [...] Il signor Dupuy ci spiegava le proposizioni come una serie di ricette per fare l'aceto [...] Amavo la matematica tanto più perché disprezzavo i miei insegnanti.

[Stendhal, *Vie de Henry Brulard* , pp. 189, 218, 293].

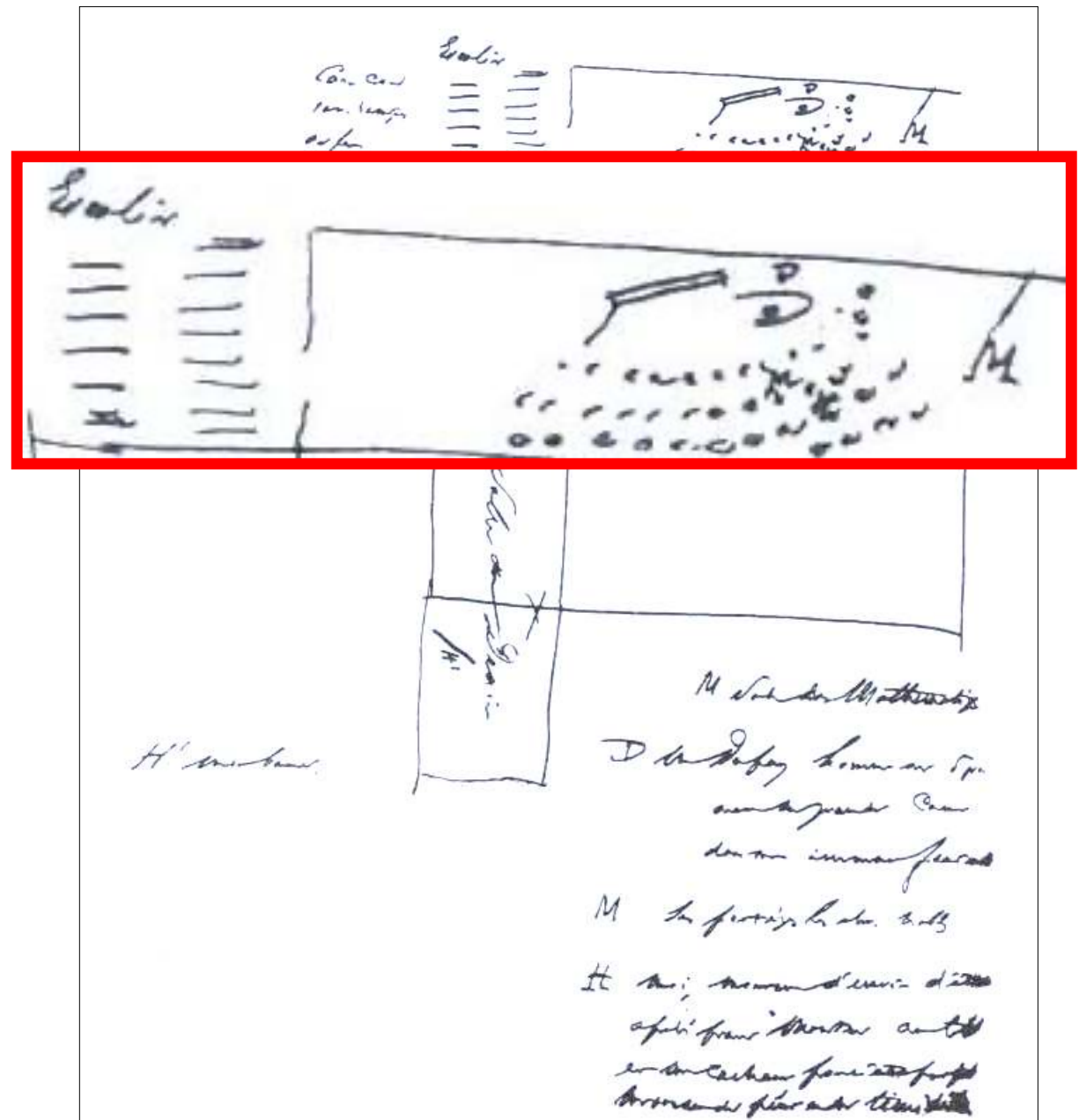


Henri Beyle (Stendhal)
(1783-1842)

Disegno tratto da Stendhal
Vie de Henry Brulard.

*Scale - Cortile del Collegio -
 Salotto. H. Il mio banco - M.
 Aula di matematica -.*

*D. Il signor Dupuy, un uomo
 di 5 piedi e 80 pollici, con il
 suo grosso bastone, sulla sua
 enorme poltrona - I suoi
 protetti, gli alunni nobili - H.
 Io, che muoio dalla voglia di
 essere chiamato alla lavagna e
 mi nascondo per non essere
 chiamato, morendo di paura e
 di timidezza.*



Ogni anno i premi banditi erano 9, uno per ogni materia e nel 1798 gli allievi, compresi i frequentanti erano **406**.

Plana si distinse in tutto il corso di studi:

1796 – il primo premio di Disegno,

1797 - i tre primi premi di Lettere, Matematica,
Disegno

1798 - il primo premio di Matematica.



Giovanni Plana
1781-1864

Stendhal in una lettera alla sorella Pauline scrive:

«Pour Plana, si rien ne le détourne, il sera un grand homme dans dix ans; j'ai le plaisir d'être son ami intime » [Stendhal, *Correspondance*, I , p. 49].

Al termine dei corsi Plana è giudicato idoneo a partecipare al **concorso di ammissione all'École polytechnique** di Parigi

chiede l'attestazione di buona condotta e di fedeltà repubblicana. [ADI, 3 K 64]

[Conte, Giacardi 2010]

L' École Polytechnique

Esistevano in Francia numerosi istituti superiori finalizzati a preparare i tecnici utili alla società:

Scuola di ponti e strade,

Scuola delle miniere,

Scuola di marina,

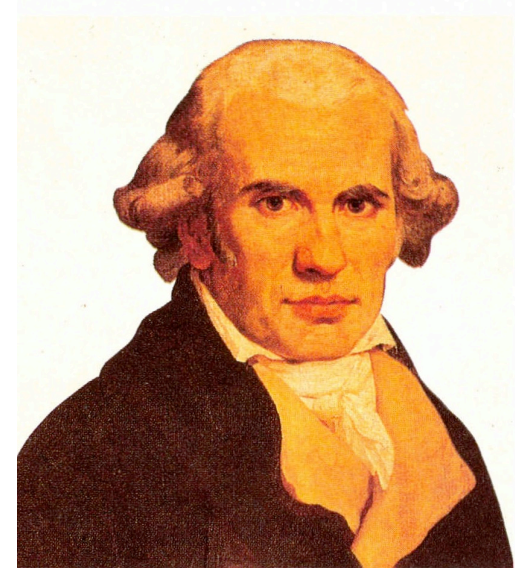
Scuola del genio militare di Mezières.

Reclutamento difficile

Nasce così l'idea di una **scuola preparatoria comune** per i vari rami di specializzazione dell'ingegneria civile e militare.

Promotori e organizzatori:

- il matematico **Gaspard Monge** che ebbe il ruolo predominante,
- scienziati quali il chimico Antoine F. de Fourcroy, l'ingegnere e matematico Lazare Carnot, l'ufficiale del genio Prieur-Duvernois, l'ingegnere militare Jacques-Elie Lamblardie e il chimico Claude Louis Berthollet...



Gaspard Monge
1746-1818

Nasce così *École centrale des travaux publics* che nel 1795 prende il nome di *École Polytechnique*.

Abbinamento di ricerca pura e applicazioni

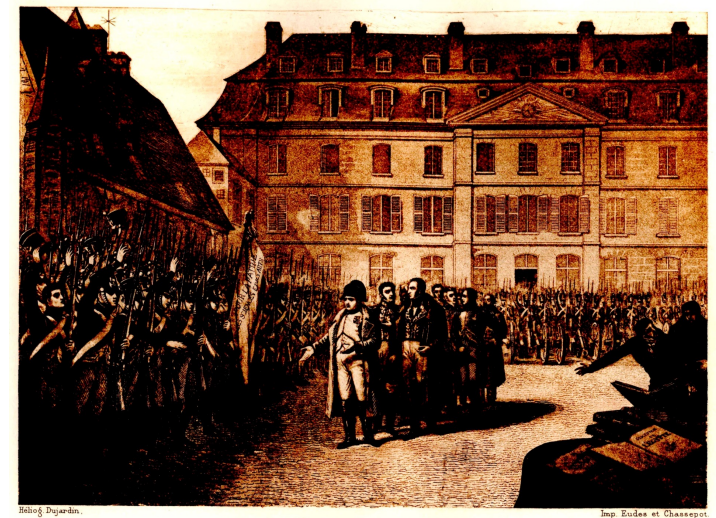
Lo **scienziato universale** lascia il posto al **ricercatore specializzato**

Il progetto di costituzione della scuola fu approvato il *7 vendémiaire an III* (28.9.1794): *L'insegnamento dell'École des travaux publics, che riunirà le conoscenze necessarie per tutti i tipi di ingegneri, avrà due parti principali: **matematica e fisica**. Queste due scienze esatte dovrebbero servire come solide fondamenta per gli studi necessari per tutti i tipi di costruzione.* [Antoine F. de Fourcroy]

→ Formazione dei **quadri dei servizi tecnici**, civili e militari, dello stato (artiglieria, genio militare, ingegneri-geografi, ingegneri per miniere, ponti e strade, ecc.), ma anche di professori, industriali e studiosi.

La selezione era basata sulla **preparazione matematica** e valutava le **qualità civiche e patriottiche** del candidato e l' "**haine des tyrans**".

I corsi iniziarono il **21 dicembre 1794** al Palais Bourbon.



Napoleone nel
cortile dell' *École
polytechnique*, 1814

PROGRAMME

Des connaissances exigées des Candidats qui se présenteront au concours pour l'Ecole polytechnique, ouvert le 1.^{er} complémentaire de l'an 10.

Les connaissances exigées pour l'admission à l'Ecole polytechnique, sont :

1. L'arithmétique et l'exposition du nouveau système métrique;
2. L'algèbre, comprenant la résolution des équations des deux premiers degrés, celle des équations indéterminées du premier degré, la composition générale des équations, la démonstration de la formule du binôme de *Newton* dans le cas seulement des exposans entiers positifs, la méthode des diviseurs commensurables, la résolution des équations numériques par approximation, et l'élimination des inconnues dans deux équations d'un degré quelconque à deux inconnues;
3. La théorie des proportions, des progressions, celle des logarithmes, et l'usage des tables;
4. La géométrie élémentaire, la trigonométrie rectiligne, et l'usage des tables de sinus;
5. Les propriétés principales des sections coniques;
6. La statique appliquée principalement à l'équilibre des machines simples.
7. Les candidats seront tenus de composer et d'écrire sur un sujet donné par l'examineur plusieurs phrases françaises, pour constater qu'ils savent écrire lisiblement, et qu'ils possèdent les principes de leur langue.

men de concours pour l'admission à l'Ecole polytechnique qui sera ouvert le 1.^{er} jour complémentaire prochain, à s'y préparer par l'application la plus suivie, et à adresser au Secrétariat de l'Athénée dans la dernière huitaine du mois de fructidor une note contenant leurs noms, âge, lieu de

des par eux suivis, avec leur demande en inscription au nombre des candidats.

Turin, le 2 messidor, an X de la Répub.

GIRAUD Président.

SPANZOTTI Sect. gén.

TURIN, DE L'IMPRIMERIE DE FELIX BUZAN.

Programma per l'esame di ammissione all'École Polytechnique, 20.6.1802
Dei 4103 esaminati a Parigi fra 1794 e il 1827, otterranno l'ammissione in 1887

Tre anni di corso

Materie:

primo anno - analisi e sue applicazioni alla geometria a tre dimensioni, geometria descrittiva, stereotomia, elementi di chimica, fisica generale e disegno;

secondo anno - applicazioni dell'analisi alla meccanica e all'idrodinamica, applicazioni della geometria descrittiva ai servizi pubblici, in particolare all'architettura, fisica generale, chimica e disegno;

terzo anno - applicazioni dell'analisi alle macchine, fortificazioni, fisica, chimica e disegno.

Metodo:

- alternanza di lezioni teoriche con quelle pratiche,
- uso di laboratori scientifici,
- ripetizioni e spiegazioni delle lezioni effettuate da allievi del terzo anno scelti fra i migliori (*chef de brigade*).

I docenti:

i maggiori matematici e scienziati dell'epoca, quali **Monge, Lagrange, Laplace, Berthollet, Hachette, Lacroix, ...**

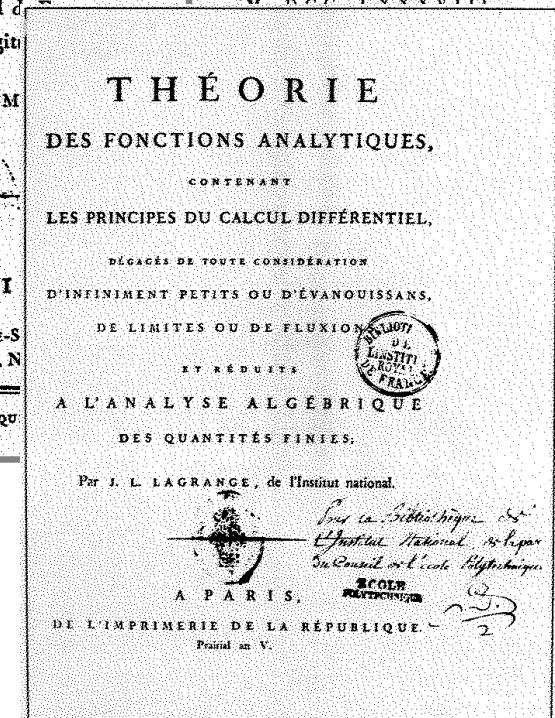
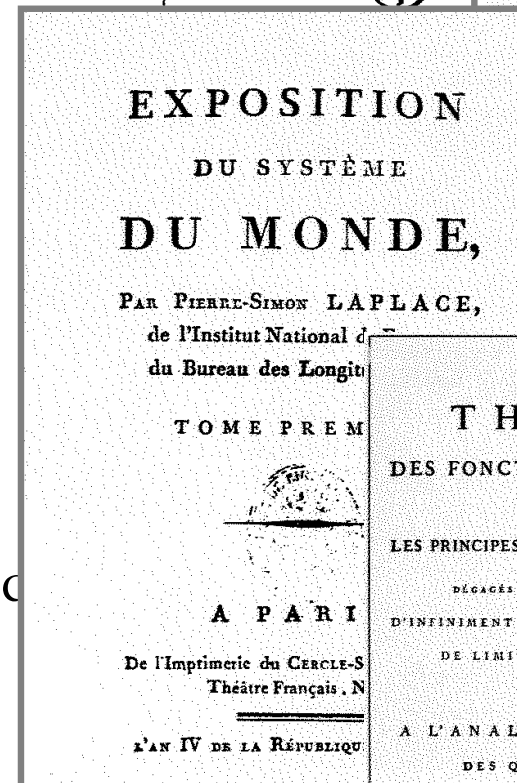
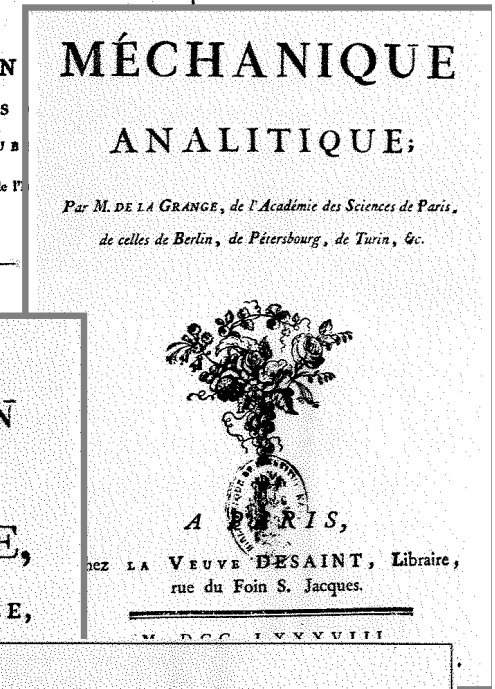
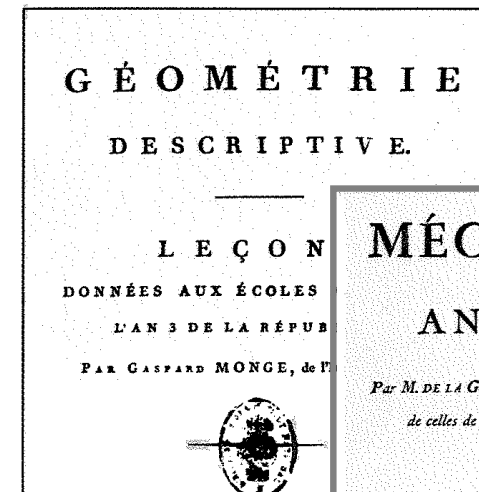
I testi:

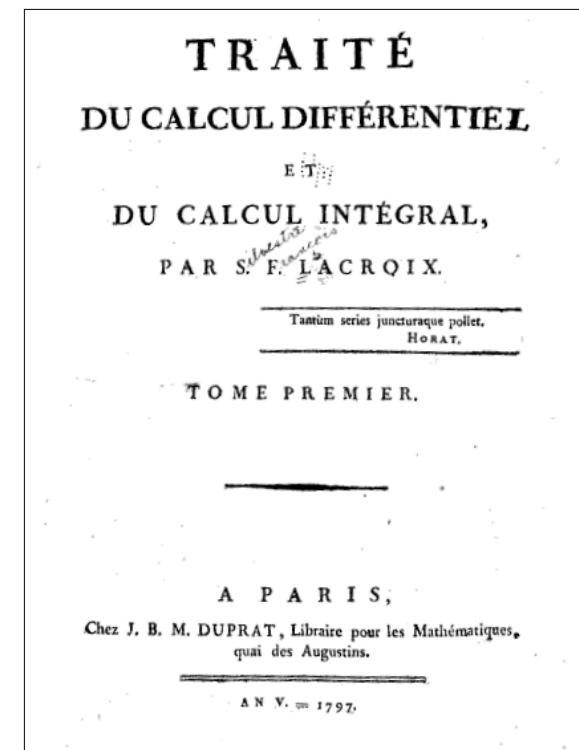
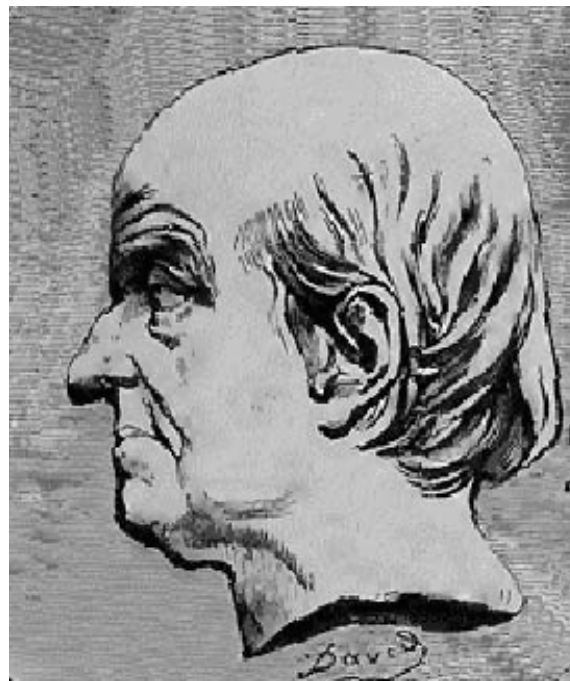
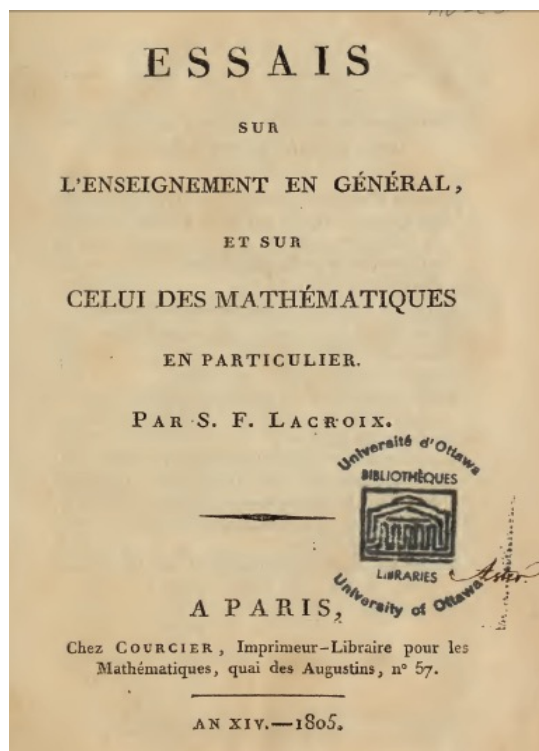
trattati più didattici

Geométrie descriptive (1799) e i *Feuilles d'analyse appliquée à la géométrie* (1801) di Monge,
Application de l'algèbre à la géométrie di Monge e Hachette (1805),
Traité Élémentaire de Calcul Différentiel et de Calcul Intégral (1802) di Lacroix,
Traité de géodésie (1805) di Puissant,
Traité de mécanique élémentaire (1801) di Francoeur

opere di ricerca ad alto livello

Exposition du système du monde (1796) di Laplace.
Théorie des fonctions analytiques (1797) di Lagrange
Mécanique céleste (1799-1825) di Laplace.





□ Un caso editoriale
Sylvestre François Lacroix
e i testi per la matematica

9 novembre 1799 (18 brumaio anno VIII)

colpo di Stato militare

il potere è trasferito al Consolato (Napoleone e due collaboratori)

1802 – Napoleone console a vita

1804 – Napoleone è incoronato imperatore

Legge dell'11 floreale anno X (1 maggio 1802) – l'istruzione è impartita nelle: Scuole primarie, nelle scuole secondarie, nei licei, nelle scuole speciali.

Per quanto riguarda i libri di testo Napoleone estende i poteri dello stato centrale prescrivendo degli standard uniformi.

1803 – decreto che impone alle scuole di usare un libro di testo approvato per ogni materia



1803 Lycées

Lacroix	Traité élémentaire d'arithmétique
Lacroix	Éléments de Géométrie
Lacroix	Traité élémentaire de trigonometrie et de l'application de l'Algèbre à la géométrie
Lacroix	Compléments des éléments d'algèbre
Francoeur	Traité élémentaire de mécanique

1809 Lycées

Bézout

Bossut Traités élémentaires d'arithmétique et d'algèbre

Marie

Lacroix

Lacroix Application de l'algèbre à la géométrie

Lacroix può essere considerato il primo realizzatore di un programma di libri elementari inteso a ristrutturare l'insegnamento della matematica tenendo conto degli ultimi progressi della ricerca.

1813 si suggerisce solo un'aggiunta

Euler Éléments d'algèbre

Cambio nella concezione del libro di testo, abbandono del programma di testi elementari e ritorno a testi che contengano i più recenti risultati della scienza.

Sylvestre François Lacroix (Parigi 1765 – Parigi 1843)

1782 – insegna all'*École des Gardes de la Marine* a Rochefort.

1786 - Dopo aver insegnato in varie scuole e ricoperto vari incarichi, con la creazione delle *Écoles Centrales* diventa professore di matematica alla *École Centrale des Quatres Nations* di Parigi, ed è per questa cattedra che redige numerosi libri di testo.

1794 - è *chef de bureau* della Commissione Esecutiva della Pubblica Istruzione

1799-1809 - cattedra all'*École Polytechnique*

1805-1815 - insegna matematica al Lycée Bonaparte

Diventa preside della Facoltà di Scienze di Parigi, ottenendo anche la cattedra di calcolo integrale e differenziale. Ottiene la cattedra di matematica al *Collège de France*.

L'opera matematica di Lacroix contiene pochi elementi assolutamente nuovi ed originali. Perfeziona le idee di G. L. Lagrange e di G. Monge, da cui trae spunto per le sue opere didattiche, che sono il suo lascito più importante.

Traité du calcul différentiel et du calcul intégral, 3 voll.

I ed., Paris 1797, 1898, 1800

II ed., 1810, 1814, 1819

Trad. tedesca vol. 1 e 2, 1799, 1800

Progetto:

- presentare i vari metodi, scegliendo fra essi i più importanti e confrontarli fra loro
- offrire una valutazione di carattere enciclopedico del calcolo al volgere del secolo, non un'introduzione al calcolo

Traité élémentaire du calcul différentiel et du calcul intégral,

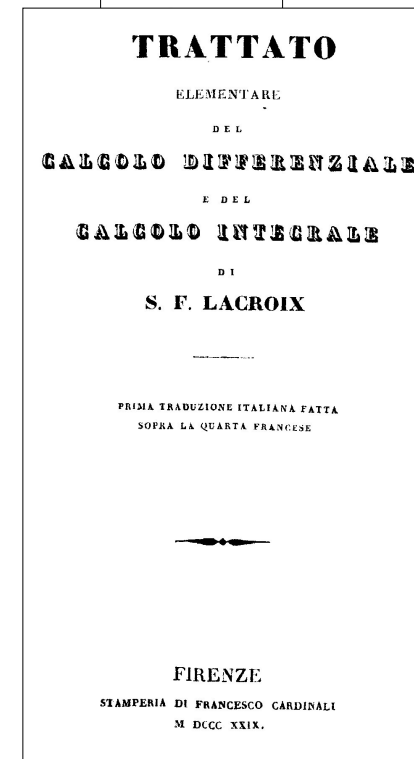
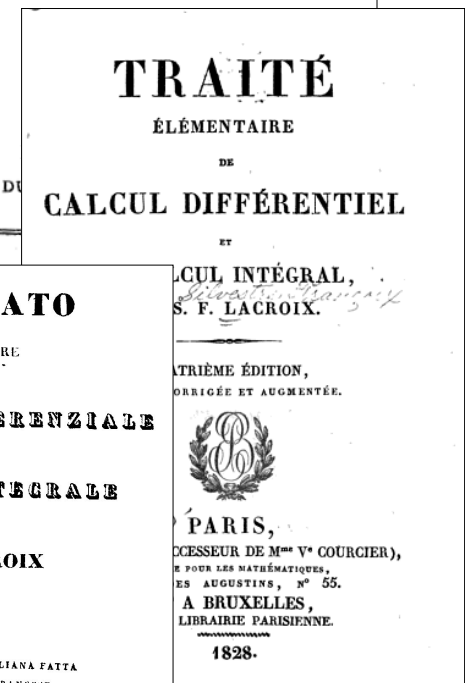
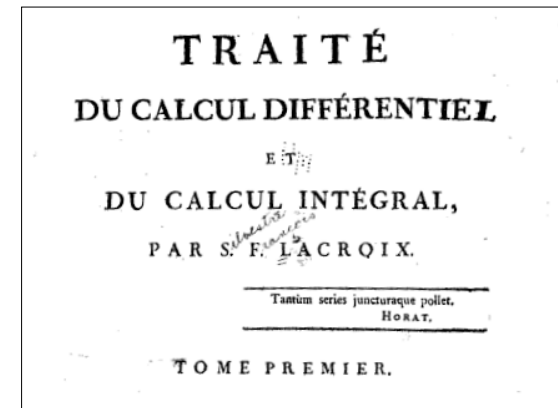
Paris 1802

Versione abbreviata del *Traité* : 574 pagine contro 1790

5 edizioni finché Lacroix era in vita,

fu tradotto

- in portoghese nel 1812,
- in inglese nel 1816
- in tedesco nel 1817
- in italiano nel 1829.



Due caratteristiche del *Traité du calcul différentiel et du calcul intégral*, 3 :

- Ampia bibliografia collegata all'indice, relativa a ciascuna sezione dell'opera (risultati più recenti)

- indice degli argomenti e degli autori (34 pagine)

al fondo del III Volume.

TABLE DES MATIÈRES.

OBSERVATION. Les chiffres indiquent les numéros et non les pages.

On n'a rappelé dans cette Table que les noms des Auteurs cités dans le texte; c'est dans les Tables particulières à chaque Volume, qu'on trouvera l'indication détaillée de ce qui a été écrit sur la Science.

A.

ASCISES, numéro 195.

Affections des courbes, 252.

Aire d'une courbe : expression de sa différentielle en coordonnées rectangulaires, 280. — en coordonnées polaires, 281. — Sa différentielle tirée de la considération des polygones par les coordonnées polaires, 287. — Détermination de son signe, 490.

Aire du cercle : son développement en série; son expression au moyen de l'arc, 410.

Algorithme : on appelle ainsi le système du caractère qu'on emploie pour exprimer des quantités assujetties à certaines lois : les chiffres sont l'algorithme de la numération.

Algorithme des puissances du second ordre, 502, 965.

Appareil des volutes elliptiques, 674.

Approximation : réflexions sur l'incertitude des méthodes d'approximation, dont on fait usage dans la solution des problèmes géométriques et mécaniques, 1070.

Arbogast : sa manière d'appliquer le Calcul différentiel à la recherche des tangentes, 218, 239. — Prouve que des fonctions arbitraires des intégrales des équations différentielles partielles peuvent être discontinues, 794.

Appendice.

Arcs de cercle : analogie qui existe entre les arcs de cercle et les logarithmes, *Introd.* 37; 496. — Leur expression par les sinus au moyen des exponentielles imaginaires. *Int.* n°. 38; 379. — Leur développement par la tangente, *Int.* 38; 105, 408. — Moyen pour obtenir les sinus et les cosinus d'arcs multiples. *Introd.* 39, 40 et 41. — Expression des puissances du sinus et du cosinus de l'arc simple par les sinus et cosinus de ses multiples. *Introd.* 42. — Développement des arcs de cercle par les sinus de leurs multiples. *Introd.* 44. — Développement de l'arc par son sinus, et son sinus versé. *Introd.* 45; 104, 410, 412. — Expression de l'arc de 30 degrés en série, 104. — Expression de l'arc par des produits indéfinis de cosinus ou de sécantes d'arcs continuellement sous-doubles. *Introd.* 46. — Expression de la différentielle des arcs, 23. — De la différentielle d'un arc, pour un ordre quelconque, 36. — Dérivée du Calcul aux différences, 987. — Usage de la division des arcs en parties égales, pour résoudre les équations, 166. — 176. — Expression d'un arc de cercle par le moyen des imaginaires, 186. — Manière de faire disparaître les arcs dans les in-

L 2 z

T A B L E.

xxxj

CHAP. II. Des principaux usages analytiques du Calcul différentiel, page 195

Du développement des fonctions en séries,

ibid.

Lineæ tertii ordinis Newtonianæ, (Stirling) (*)

Mém. Acad. de Berlin, ann. 1768, page 275. (Lagrange).

Mém. Acad. de Berlin, année 1770. p. 225. (Lambert).

Mém. Acad. des sciences de Paris, années 1777, page 99. (Laplace).

Considérations sur ce que devient le développement de $f(x+k)$ dans certains cas particuliers pag. 232

Inst. Calc. diff. pag. 712.

Mém. Acad. de Berlin, ann. 1776, pag. 238. (Lagrange).

Des expressions qui deviennent $\frac{1}{2}$ dans certains cas particuliers, pag. 241

Œuvres de Jean Bernoulli, Tom. I. page 401.

Mém. Acad. des Sciences, ann. 1716, p. 59 et 276, 1723, p. 222. (Saurin).

Ins. Calc. diff. pag. 738.

Du développement des fonctions de deux variables, pag. 255

Recherche des maxima et des minima des fonctions d'une ou de plusieurs variables, pag. 264

Traité des fluxions, T. II. art. 858. (Maclaurin)

Inst. Calc. diff. p. 578.

Mém. Acad. de Turin, T. I. page 18. (Lagrange).

Mécanique Analytique, page 39.

CHAP. III. Digression sur les équations algébriques, page 277

Meditationes algebraicæ, (Waring)

Mémoires Acad. des sciences, de Paris, an. 1771, p. 365. (Vandermonde).

Recherche des fonctions semblables des racines des équations, ibid.

Sur les expressions imaginaires, pag. 286

Mémoire de l'Académie, de Berlin, année 1746, page 182, (d'Alembert), année 1749, page 222, page 139, (Euler).

Mémoires Acad. de Turin, T. I. page 113. T. II, p. 337. (Foncenex).

Opusculæ mathématiques. T. V. p. 183. (d'Alembert).

N. B. Pour le Théorème de *Côtes*, démontré p. 302, voyez *Harmonia Mensuratum*, *Miscellanea analytica*. (Moivre).

Œuvres de Jean Bernoulli, T. IV. p. 67.

Pour la règle de Descartes, démontrée page 311, voyez *Mémoires de l'Acad. des Sciences*, de Paris, année 1741, page 72. (de Gua).

Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1756, (Segner).

Id. année 1758, (Epinus).

Pour la controverse sur les logarithmes des nombres négatifs, page 316, il faut consulter le *Commercium epistolicum de Leibnitz et de Jean Bernoulli*, le T. I des opusculæ de D'Alembert et les *Mémoires de Foncenex*, cité plus haut.

Pour l'élimination, traitée page 320, voyez *Mémoires de Berlin*, année 1748 et 1764. (Euler).

L'Appendice de l'introd. à l'Anal. des lignes courbes, (Cramer).

Il "catalogo" dei libri di testo di Lacroix (1819)

"COURS COMPLET DE MATHEMATIQUES À L'USAGE DE L'ECOLE CENTRALE DES QUATRE-NATIONS; OUVRAGE ADOPTÉ PAR LE GOUVERNEMENT POUR LES LYCÉES, ÉCOLES SECONDAIRES, COLLÈGES, ETC., PAR S.F. LACROIX, MEMBRE DE L'INSTITUT ET DE LA LÉGION-D'HONNEUR, PROFESSEUR AU COLLÈGE ROYAL DE FRANCE, ETC., 9 VOL. IN- 8.

Prix pour Paris

38 fr. 50 c.

Chaque volume se vend séparément, à savoir:

Traité élémentaire d'Arithmétique, 14e édition, 1818

2 fr.

Elémens d'Algèbre, 12e édition, 1818

4 fr.

Elémens de Géométrie, 11e édition, 1819

4 fr.

Traité élémentaire de Trigonométrie rectiligne et sphérique, et d'Application de l'Algèbre à la Géométrie, 6e édition, 1813

4 fr.

Complément des Elémens d'Algèbre, 4e édition, 1817

4 fr.

Complément des Elémens de Géométrie, Elémens de Géométrie descriptive, 4e édition, 1812

3 fr.

Traité élémentaire de Calcul différentiel et de Calcul intégral, 2e édition, 1806

7 fr. 50 c

Essais sur l'Enseignement en général, et sur celui des Mathématiques en particulier, ou Manière d'étudier et d'enseigner les Mathématiques, 1 vol. in- 8., 2e édition, 1816

5 fr.

Traité élémentaire de Calcul des Probabilités, in- 8., 1816

5 fr.

Traité de Calcul différentiel et de Calcul intégral, 2e édition, revue et considérablement augmentée, 3 gros vol. in- 4., avec planches. Prix pour Paris,

66 fr."

Essais sur l'enseignement en général et sur celui des mathématiques en particulier, 1805

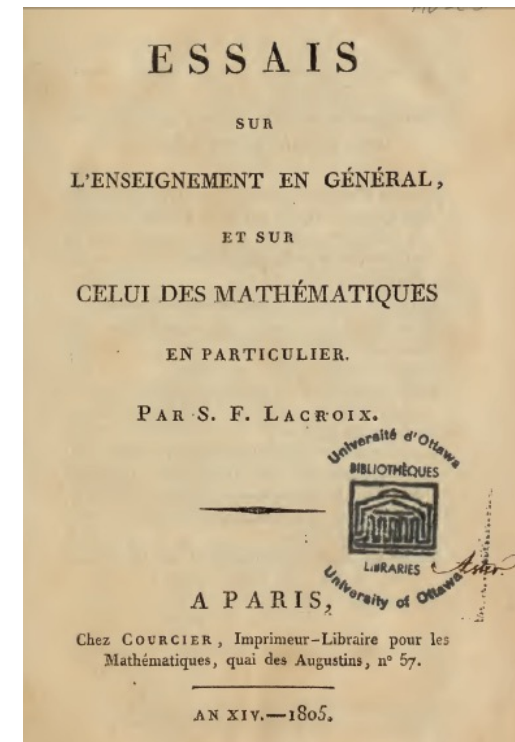
But de l'ouvrage

Introduction

- Importanza che le matematiche hanno avuto nel '700 nell' "*indirizzare il cammino dello spirito umano*". Figure più significative.
- Interazione fra le scienze: *il loro ravvicinamento è il mezzo più adatto a scoprire il metodo generale che deve guidare lo spirito umano nella ricerca della verità.* [p. 27]
- riforme introdotte in Francia in materia di istruzione pubblica

L'opera è suddivisa in due sezioni:

- *De l'Enseignement, en général, pendant le dix-huitième siècle,*
- *De l'Enseignement des mathématiques*



De l'Enseignement, en général, pendant le dix-huitième siècle

Importanza di studiare la storia dell'istruzione pubblica nell'ambito della storia delle scienze.

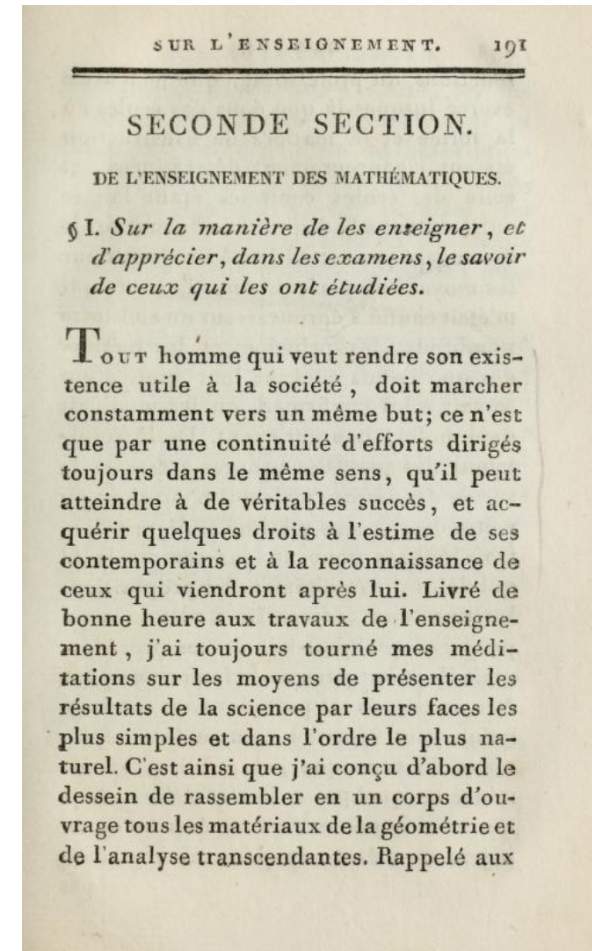
Considerazioni metodologiche:

- l'insegnamento in una classe deve essere un **cammino uniforme, adeguato alle intelligenze medie, graduato**, ma nello stesso tempo **rapido** per risvegliare l'interesse dei più intelligenti.
- un **insegnamento severo** nelle scuole del 2° grado permette di capire chi ha le capacità di proseguire con successo gli studi, e chi invece è più portato per lavori manuali.
- suddivisione della **lezione in due fasi**: nella prima si verificano le conoscenze acquisite dagli studenti, nella seconda si spiegano i nuovi argomenti, sia con metodi tradizionali sia lasciando spazio ad attività di **dibattito** tra gli allievi, affidando a ciascuno, a turno, la **preparazione di nuovi argomenti**.
- importanza dei **libri di testo**, che permettono di affrontare gli approfondimenti durante le spiegazioni invece di trascorrere intere lezioni a scrivere appunti dettati dal professore.

De l'Enseignement des mathématiques

Dedicandomi fin da giovane al lavoro di insegnante, ho sempre pensato a come presentare i risultati della scienza nei termini più semplici e nell'ordine più naturale. [p. 191] ... Io testavo su un uditorio numeroso i principi e i metodi che avevo concepito; la loro applicazione serviva a confermarli, o qualche volta modificarli efficacemente. [p. 192]

- Considerazioni generali sul corso di matematiche
- Sugli esami e sugli inconvenienti della loro forma attuale e proposte di modifiche
- Sul metodo in matematica
- Analisi del *Cours élémentaire de Mathématiques pures, à l'usage de l'École Centrale des Quatre-Nations*



*Lo studio delle scienze volte è solo un mezzo per esercitare la mente, **sviluppare le facoltà intellettuali** e rendere le persone adatte alla meditazione e alla discussione. a volte, ma purtroppo molto più raramente di quanto si pensi, **fornisce precetti e risultati immediatamente applicabili agli usi della vita**, ai bisogni della società e a quelli dell'individuo. [p. 193]*

Dal primo punto di vista:

occorre **non trattare nulla superficialmente**, ed è meglio **diminuire il numero** dei temi da trattare piuttosto di sacrificare argomenti utili a far comprendere i meccanismi del ragionamento:

poche verità ben sviluppate fanno molta più luce sul metodo rispetto a un gran numero di teorie discusse in modo incompleto. [p. 194]

Illustra come si devono spiegare a ragazzi di 15 e 16 anni le nozioni elementari delle scienze matematiche:

Modo di esporre le teorie: Scegliere opportunamente le cose da trattare, altrimenti “...i giovani esauriscono le loro energie in vane sottigliezze e perdono a discuterle un tempo che impiegherebbero meglio ad accrescere le loro conoscenze [...] L'efficacia dell'insegnamento consiste soprattutto nel **rendere evidente la concatenazione delle proposizioni e a cogliere quando possibile le occasioni di illustrare alcune delle vedute feconde che hanno guidato gli inventori** [pp. 199-200]

Far riflettere gli studenti sulla correttezza o meno di un ragionamento: mostrare come affermazioni che sembrano plausibili e la cui conclusione è percepita immediatamente dalla mente, possono essere errate.

Preferenza per il metodo analitico che è più fecondo ed è il metodo delle invenzioni [p. 205]

Funzione della memoria: “...due funzioni della memoria: ...**memoria delle cose e memoria delle parole**. Bisogna esercitarle entrambe con cura, ma la seconda riguarda soprattutto lo studio delle lingue..., l'altra è la sola che si deve richiedere a coloro che coltivano le scienze esatte. (p. 210) **La memoria è anche necessaria per fare le scoperte** ... però non la si coltiva con un lavoro forzato di ripetizioni continue, ma con l'uso frequente delle cose che le si affidano: il ricordo di queste cose allora ritorna senza pensarci” [p. 183]

Gli esami

- l'esame orale spesso si riduce uno sforzo di memoria inutile, poiché finalizzato solo a superare la prova, per cui le nozioni studiate verranno presto dimenticate.

- proposte di modifica degli esami nelle scuole pubbliche:

- **preferire gli esami scritti** perché, essendo tutte le domande uguali per tutti, l'esaminatore può dare un giudizio più equo e comparativo

È quindi soprattutto sulle applicazioni delle teorie che le domande di un esame scritto dovrebbero concentrarsi, e sui calcoli, che sono completamente fuori luogo in un esame orale".

[p. 229]

- d'altra parte gli allievi devono avere **facilità e chiarezza di esposizione**, utile necessaria in ogni momento della vita e *“indispensabile per coloro che dovranno un giorno presentare dei progetti”*, e questo si può fare solo con l'esame orale

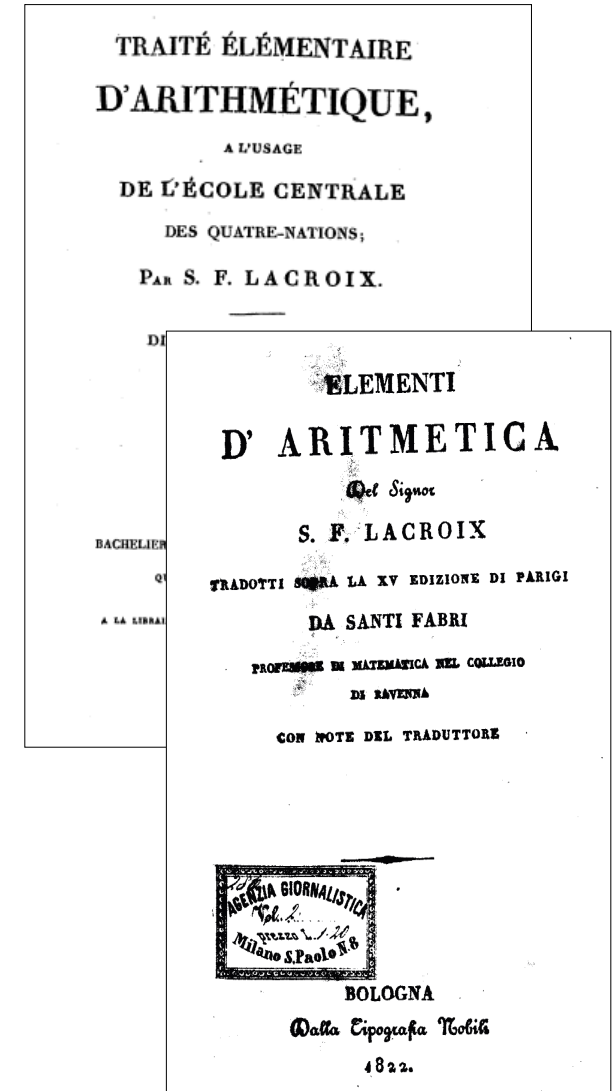
- **aumentare il numero degli esami, sia orali sia scritti**, in modo che gli studenti possano affrontare una piccola parte di materia alla volta e non perdere così di vista il vero obiettivo dello studio.

Rassegna dei Manuali – Due esempi

Sull'Aritmetica

‘Le Matematiche, fra tutte le nostre conoscenze sono quelle che riposano sul più piccolo numero di sensazioni, ma anche sulle più comuni, quelle che conducono alle idee di numero e di estensione, idee che entrano ben presto nella nostra mente, tanto che non ci ricordiamo come e quando le abbiamo acquisite. La loro simultaneità è tale che non c'è ragione di cominciare l'educazione dei fanciulli con l'una o con l'altra’. [p. 255]

Le applicazioni del calcolo con i numeri sono le più frequenti per cui è prevalso l'uso di insegnare per prima l'Aritmetica.



► Partire dal linguaggio e dunque dai nomi dei numeri e dalla loro struttura per introdurre in modo naturale i simboli numerici (p. 3)

► Il primo insegnamento deve essere **sperimentale**, con molti **esempi** e deve limitarsi alle quattro operazioni, addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione su numeri interi positivi.

Proprietà commutativa della moltiplicazione (pp. 24-26)

TAVOLA DI PITAGORA

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

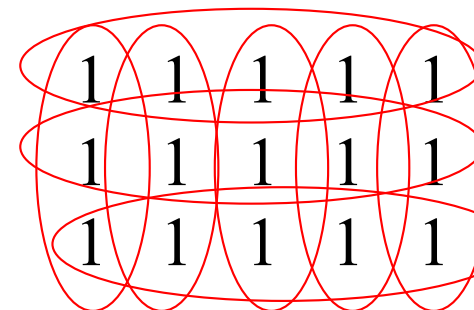
Dalla tavola pitagorica si vede per es, che $5 \times 7 = 35 = 7 \times 5$

Siccome la tavola di Pitagora non contiene che un numero limitato di prodotti, non basterà l'aver verificata in questa tavola la conclusione, che ora abbiamo enunciata; perchè si potrebbe dubitare, che essa non fosse vera per dei prodotti più grandi, il di cui numero è illimitato; non vi è che un ragionamento indipendente da qualunque valore particolare del moltiplicando, e del moltiplicatore, che possa mostrare, che la conclusione, di cui si tratta, non ha eccezione.

Si possono contare le righe e poi le colonne.

Questo ragionamento si può applicare a numeri qualunque.

$$5 \times 3$$



► **Importanza delle applicazioni:** *“Quando i procedimenti del calcolo sono sufficientemente sviluppati, non resta che mostrare le loro **applicazioni** alle questioni più ordinarie nella vita sociale”* [p. 263]

Dopo aver mostrato da lungo tempo gl'inconvenienti di un sistema composto di parti incoerenti, nel quale la mancanza di legame poneva ne' calcoli una complicazione inutile, ed anche nocevole all'istruzione generale, i più illustri dotti Francesi hanno in fine ottenuto lo stabilimento di nuove misure, legate tra loro, le quali bene s'accordano nel nostro sistema di numerazione, e sono prese immediatamente sopra le dimensioni del Globo, che noi abitiamo, e sopra la più sparsa delle sostanze, che esso ci presenta. L'estensione di questo trattato, ed il luogo, che esso occupa nell'insegnamento, non mi permettono di presentare l'estratto di tutti i lavori scientifici eseguiti per lo stabilimento di questo sistema, e che formano il più bello de' monumenti innalzati alla gloria delle scienze, ed alla utilità pubblica nell'ultimo secolo: io mi limiterò ad esporne sommariamente i principj, e l'uso. (p. 102)

Descrizione, operazioni, problemi. Conversione dalle vecchie alle nuove misure.

► Importanza dei problemi

- **graduare** la difficoltà
- proporre sempre agli allievi esercizi di **applicazione degli argomenti** studiati per sviluppare l'abitudine al calcolo, effettuare la **correzione** o semplicemente indicare i passaggi fondamentali quando hanno già familiarità con l'argomento:

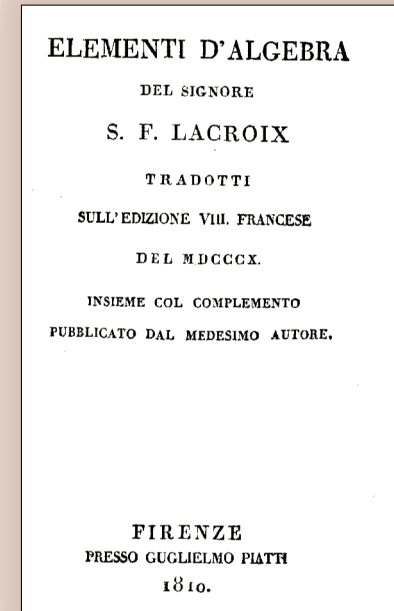
"Tutti coloro che hanno imparato la matematica da soli sanno che il maggior numero di difficoltà che si incontrano nella lettura delle opere dedicate a queste scienze è spesso dovuto al fatto che si trascura di eseguire... le operazioni di calcolo indicate in questi libri; e che, al contrario, studiandoli con la penna in mano, lo sviluppo dei primi esempi fornisce infallibilmente la facilità di passare a quelli più complicati..." [p. 269-270]

Tous ceux qui ont appris par eux-mêmes les mathématiques, savent que le plus grand nombre des difficultés qu'on rencontre dans la lecture des ouvrages consacrés à ces sciences, vient souvent de ce qu'on néglige d'effectuer, à mesure qu'elles se présentent, les opérations de calcul indiqués dans ces livres; et qu'en s'astreignant au contraire à les étudier la

Sull'Algebra

Lacroix presenta un rapido excursus storico sull'uso dei simboli.

Lacroix osserva che in Algebra *“il risultato non è più come nell'aritmetica un semplice numero ma un insieme di operazioni parziali, che saranno effettuate solo nel momento in cui si vorrà un'applicazione particolare con numeri dati”* [p. 270]



Lacroix indica **Clairaut** come il primo ad essersi preoccupato del metodo di insegnamento dei principi dell'Algebra:

- conduce il lettore a prendere parte alla creazione di questa scienza,
- *“Tutto è chiarito, tutto è applicato, non c'è nulla che non sia necessario o che non derivi da ciò che precede.”* [p. 280]
- Però dopo le prime nozioni, l'opera è troppo minuziosa e ricca di dettagli. Per questo gli autori successivi sono tornati al vecchio modello di manuale dove non trova posto nulla di nuovo nonostante le molteplici ricerche di L. Euler, E. Waring e G. L. Lagrange.

Cambiamento: lezioni di Lagrange e Laplace all'École Normale

*"Aiutato dai materiali accumulati durante il periodo in cui insegnavo, sono tornato ancora una volta agli elementi dell'Algebra. Ho riportato scrupolosamente i segni e le prime operazioni seguendo il cammino degli inventori il solo che permetta ai principianti di studiare con interesse le basi di questa scienza,... **Ho quindi fatto il confronto tra le frasi del discorso ordinario, che portano alla soluzione di alcuni problemi, e le trasformazioni dell'equazione fornite dalla loro enunciazione; ma allo stesso tempo ho avuto cura di moltiplicare i riassunti e gli enunciati in forma dogmatica, che riducono a un mero meccanismo la pratica delle regole.**" [p. 283]*

PROBLEMA

Dividere un numero in tre parti tali che l'eccesso della *media* sulla *minore* sia un numero dato , e che l'eccesso della *maggiore* sulla *media* sia un altro numero dato .

SOLUZIONE .

Col linguaggio ordinario .

La parte *media* sarà la *minore* , più l'eccesso della *media* sulla *minore* .

La parte *maggiore* sarà la *media* , più l'eccesso della *maggiore* sulla *media* .

Le tre parti riunite insieme formano il numero proposto :

Dunque la parte *minore* , più la parte *minore* , più l'eccesso dell'eccesso della *media* sulla *minore* , più ancora la parte *minore* , più l'eccesso della *media* sulla *minore* , più l'eccesso della *maggiore* sulla *media* , eguagliano il numero da dividersi :

Dunque tre volte la parte *minore* , più due volte l'eccesso della *media* sulla *minore* , più ancora l'eccesso della *maggiore* sulla *media* eguagliano il numero da dividersi :

Dunque tre volte la parte *minore* , eguaglia il numero da dividersi , meno due volte l'eccesso della *media* sulla *minore* , meno ancora l'eccesso della *maggiore* sulla *media* :

Dunque finalmente la parte *minore* è eguale al terzo di quel , che resta dopo che si è tolto dal numero da dividersi due volte l'eccesso della *media* sulla *minore* , ed oltracciò l'eccesso della *maggior* sulla *media* .

Con la Scrittura Algebrica .

Sia il numero da dividersi designato per a .

L'eccesso della parte *media* sulla *minore* , per b .

L'eccesso della *maggiore* sulla *media* , per c .

La *minore* sia x .

La *media* sarà $x + b$.

La *maggiore* $x + b + c$.

$$\text{Dunque } x + x + b + x + b + c = a .$$

$$3x + 2b + c = a .$$

$$3x = a - 2b - c .$$

$$x = \frac{a - 2b - c}{3} .$$

Qualche osservazione metodologica

- critica il frequente **abuso in matematica del ragionamento** perché ci si ostina a non riconoscere alcuni fatti risultanti direttamente dal calcolo, ma precisa che *"è necessario saper leggere i calcoli per poter interpretare i risultati con sicurezza"*. [p. 285];
- critica la tendenza ad anticipare nei libri elementari la trattazione delle **quantità negative**, usando il paragone con i debiti, che sono casi particolari della teoria algebrica e dunque non sufficientemente rappresentativi della teoria generale; le quantità negative dovrebbero essere introdotte solo quando queste sono naturalmente richieste dalla risoluzione dei problemi;
- *"Le verità che sono lontane dall'uso comune, e che a volte sembrano contraddire le nozioni comuni, non devono mai essere introdotte con leggerezza; devono essere raggiunte attraverso un percorso ben tracciato, la cui fine è chiara come l'ingresso, e devono essere verificate, sia con applicazioni, sia mostrando la loro relazione con idee già ben consolidate nella mente"*. [p. 290];
- **graduare la materia** dalle nozioni elementari a quelle più fini e complesse;
- nel dimostrare una proposizione occorre tenere una **via di mezzo** fra la *"prolixité fatigante"* che non lascia all'allievo nulla da fare e l' *"obscurité"* che risulta dalla soppressione dei passaggi intermedi.

□ In conclusione

■ Nel passato le istituzioni educative erano state il risultato di un'evoluzione spontanea, ora la **creazione di nuove istituzioni scolastiche è il risultato di una discussione affrontata dall'assemblea rappresentativa di un intero popolo.**

■ Vengono affrontati problemi quali:

- libertà di insegnamento
- obbligatorietà
- gratuità
- uniformità di linguaggio quale strumento di unificazione nazionale e sociale

■ La scuola è sottratta al monopolio ecclesiastico

■ I contenuti dell'insegnamento sono profondamente rinnovati con una grande apertura alle scienze pure e applicate

■ Si dà molta importanza ai **libri di testo.**

Qualche riferimento bibliografico

- Belhoste B.**, *Les origines de l'École polytechnique. Des anciennes écoles d'ingénieurs à l'École centrale des travaux publics*, Histoire de l'éducation, 42, 1989, pp. 13-53.
- Conte A., Giacardi L.**, *L'apprendistato scientifico di Giovanni Plana (1796-1813)*, in *Osservar Le stelle. 250 anni di astronomia a Torino. La storia e gli strumenti dell'Osservatorio Astronomico di Torino*. A cura di Anna Curir Silvana Editoriale, 2009, pp. 143-150.
- Dhombres J.**, *Enseignement moderne ou enseignement révolutionnaire des sciences?*, Histoire de l'Education, 42, 1989, pp.55-78
- Dhombres J. (ed.)**, *L'école Normale del l'an III. Leçons de mathématiques. Laplace – Lagrange-Monge*, Paris, Dunod, 1992 (testi e saggi critici) [LINK](#)
- Pepe L.**, *Sylvestre-François Lacroix tra Ricerca e Didattica*, Bollettino di storia delle scienze matematiche, XLII, 2022, pp. 339-357.
- Prost A.**, *Histoire de l'Enseignement en France 1800-1967*. Paris, Colin, 1968.
- Schubring G.** *Analysis of historical textbooks in mathematics*. Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática 1997, II ed. 1999
- Taton, R.** ed. *Enseignement et diffusion des sciences en France au XVIIIe siècle*, Paris, Hermann, 1886.
- Tisato R.**, *Il problema della scuola durante la rivoluzione francese*, in Storia del pensiero filosofico e scientifico, ed. L.Geymonat, vol. III, 1971, pp. 518-564.

I testi

Condorcet J.-A., *Rapport et projet de décret sur l'organisation générale de l'instruction publique*, Paris, 1792 [LINK](#)

Lagrange J.-L., *Lezioni elementari sulle matematiche*, Milano Giusti, 1839.

Lacroix S. *Traité du calcul différentiel et du calcul intégral*, 3 voll. I ed., Paris 1797

<http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k92729z/f4.image>

<http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k927305>

<http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k92731h>

Lacroix S., *Trattato elementare del calcolo differenziale e del calcolo integrale*, Firenze, 1829

<https://matematicaitaliana.sns.it/opere/166/>

Lacroix S. *Essais sur l'enseignement en général, et sur celui des mathématiques en particulier*, Paris 1805

http://openlibrary.org/books/OL24624999M/Essais_sur_l'enseignement_en_général_et_sur_celui_des_mathématiques_en_particulier

Lacroix S., *Elementi di Aritmetica*, Bologna, 1822

<https://matematicaitaliana.sns.it/opere/386/>

Lacroix S., *Elementi d'algebra*, Bologna, 1810

<https://matematicaitaliana.sns.it/opere/168/>

Legendre A.-M., *Eléments de géométrie*. Paris, Didot, 1794 [LINK](#)