

Estratto dal R.D. del 28 settembre 1913, n.1213, *Ginnasio – Liceo Moderno. Orario – Istruzioni – Programmi*, Bollettino Ufficiale del Ministero dell'Istruzione Pubblica, XL, 45, 30 ottobre 1913, pp. 2791-2795.

Matematica

Ginnasio:

Lo stesso programma delle due classi corrispondenti del ginnasio classico.

Liceo: *Classe I*

Lo stesso programma della prima classe del liceo classico.

Classe II

Misura approssimata dei segmenti e degli angoli. Brevi cenni sulle operazioni con numeri approssimati. Grandezze commensurabili ed incommensurabili. Rapporto di due grandezze. Numeri irrazionali.

Radicali ed operazioni su di essi. Equazioni di 2° grado ad una incognita; somma e prodotto delle radici. Esempi di equazioni riducibili al 1° o 2° grado.

Area dei più semplici poligoni. Perimetro ed area del cerchio. Principali teoremi sull'equivalenza e la similitudine dei poliedri. Superfici a volumi dei prismi e delle piramidi. Cilindri, cono e sfera; aree e volumi di questi solidi.

Coordinate cartesiane ortogonali nel piano. Rappresentazione grafica di un fenomeno che dipende da una sola variabile. Esempi di diagrammi. Concetto di funzione di una sola variabile. Studio delle funzioni $ax + b$, ax^2 , $a : x$ mediante la rappresentazione grafica. Interpretazioni fisiche e meccaniche. Cenno sulle coordinate ortogonali nello spazio.

Classe III

Funzioni circolari e loro principali proprietà. Curva dei seni e delle tangenti. Formule per l'addizione, la sottrazione, la duplicazione e la bisezione degli archi.

Concetto di limite. Sue applicazioni geometriche; tangente ad una curva e lunghezza di un arco. Derivata di una funzione; interpretazioni geometriche e meccaniche.

Derivata di una funzione di 1° e 2° grado e di $a : x$. Tangente alle curve immagini delle funzioni ax^2 ed $a : x$.

Potenze con esponente razionale. Cenno sulle potenze con esponente reale.

Equazione esponenziale. Logaritmi. Uso delle tavole ed applicazioni varie.

Rappresentazione grafica della curva logaritmica. Logaritmi delle funzioni circolari. Risoluzione dei triangoli rettilinei. Applicazioni pratiche della trigonometria.

Valutazione approssimata di una area piana mediante somme di quadrati.

L'area come limite di una somma di rettangoli. Cenno sull'integrale definito ed ovvie applicazioni.

Istruzioni

I programmi di matematica del ginnasio superiore e della prima liceale sono gli stessi per l'istituto classico e per il moderno. Tuttavia l'insegnante di quest'ultimo, nello svolgerli, e nella scelta degli esercizi, dovrà tener presente l'indirizzo che poi è seguito nella 2° e 3° liceale; ed in conseguenza avrà cura di preparare gradatamente gli alunni ad accogliere senza sforzo i concetti a cui le presenti istruzioni si riferiscono.

I programmi della 2^a o 3^a classe del liceo moderno rappresentano, sotto qualche rispetto, una innovazione di fronte ai programmi che da un cinquantennio vigono nelle nostre scuole classiche. È necessario per ciò esporre quali i criteri abbiano ispirato questi nuovi programmi ed entro quali limiti l'insegnante debba svolgerli.

Le esigenze della vita moderna, da un lato, e dall'altra parte una più larga visione della scienza nel suo complesso, richiedono che si restringano e si mettano in più viva luce i legami tra la matematica e le scienze sperimentali e di osservazione. È necessario che il giovane allievo, prima di lasciare il liceo, acquisti la persuasione che tra le matematiche e quelle altre scienze vi è un legame intimo ed un'affinità molto grande, e che esperienza e ragionamento sono entrambi indispensabili, sia pure in varia misura, per arricchire ogni

campo del sapere. È necessario che egli sappia che le une e le altre scienze si sono sempre prestati reciproci aiuti, e che il rinnovamento delle matematiche nel XVII secolo è legato col fiorire delle scienze sperimentali. A tal fine l'insegnante coglierà le occasioni offerte dal presente programma per far notare ai giovani come alcuni concetti fondamentali delle matematiche moderne (quello di funzione in special modo) siano suggeriti dalle scienze d'osservazione, e precisati poi dal matematico, abbiano a loro volta esercitato un benefico influsso sullo sviluppo di queste.

Nello svolgere il programma deve però l'insegnante guardarsi da due opposti pericoli che renderebbero inefficace la sua opera; il pericolo di cadere in un grossolano empirismo o quello, non meno grave, di subire le lusinghe di un esagerato criticismo. Il metodo empirico, nascondendo i legami che passano tra i fatti suggeriti dall'esperienza, e tacendo delle teorie che ad essi si riferiscono, toglierebbe alla matematica il valore educativo della mente e oscurerebbe il fascino che essa deve esercitare sopra quegli allievi nei quali le facoltà logiche prevalgono. D'altra parte un insegnamento ove penetrassero le sottigliezze della critica moderna riuscirebbe accessibile a pochi ed a questi stessi darebbe una idea unilaterale, e quindi falsa, di ciò che è la scienza.

La giusta misura è la qualità che nello svolgimento di questi programmi più d'ogni altra deve raccomandare all'insegnante. Il quale dovrà mediante interrogazioni ed opportuni esercizi fatti in iscuola, od assegnati per casa agli alunni, assicurarsi continuamente di essere seguito dalla maggioranza di questi, e far sì che il suo insegnamento riesca adatto alla media intelligenza della classe.

Prima di passare all'esame di alcuni punti speciali del programma, è opportuno avvertire che nel redigerlo venne seguito l'ordine che è parso più conforme allo sviluppo logico. Ma, entro al programma di ciascuna classe, il professore può fare spostamenti, soprattutto collo scopo di armonizzare il proprio corso con quello parallelo di fisica. A questo proposito si ricorda qui quanto è stato detto nelle *Istruzioni generali* circa gli accordi da prendersi fra gli insegnanti di materie scientifiche. Si avverte però che non è affatto necessario che sistematicamente il professore di matematica prepari al collega di fisica le conoscenze teoriche di cui questi ha bisogno, ma conviene talora, seguendo il processo storico, che una nozione venga accennata dall'insegnante di fisica, in precedenza a quello di matematica, salvo ad essere in seguito precisata e sviluppata da quest'ultimo.

Nelle istruzioni che seguono si insiste sui punti che presentano qualche novità, e si sorvola sugli altri che già comparivano nell'antico programma liceale.

Classe II

1. Nel ricordare agli alunni come le lunghezze e gli angoli si misurino praticamente col metro e col goniometro, l'insegnante avrà cura di avvertire che ogni misura concreta è necessariamente affetta da un errore che può essere ridotto perfezionando i mezzi di misura, ma non può mai venire soppresso.

Egli aggiungerà che nelle scienze applicate più evolute (geodesia, astronomia) viene prefissato un limite che l'errore non deve sorpassare e, quando tale condizione sia soddisfatta, la misura viene riguardata praticamente come esatta. A questo proposito egli potrà fare un confronto tra la risoluzione teorica e quella praticamente esatta di alcuni problemi geometrici fra i più semplici.

Le misure approssimate condurranno naturalmente l'insegnante a discorrere delle operazioni sui numeri decimali che rappresentano dei valori approssimati, ma egli si limiterà a ragionare sopra pochi esempi numerici opportunamente scelti.

Il confronto tra le misure approssimate e le misure esatte delle grandezze fa sorgere l'idea dell'esistenza o meno di una comune misura, donde il concetto grandezza incommensurabile. A queste si riattaccano i numeri irrazionali sui quali il professore dirà ciò che è strettamente necessario a fissarne bene il concetto, limitandosi a pochissimi cenni per quanto riguarda le operazioni su di essi.

Si intende che la via qui indicata per la introduzione dei numeri irrazionali non è obbligatoria e se il professore crederà di seguirne altra egli sarà perfettamente libero di farlo.

2. Nel capitolo sulle coordinate cartesiane nel piano l'insegnante non deve proporsi di svolgere una prima parte della geometria analitica, ma deve tener ben presente lo scopo di servirsi di esse per la rappresentazione grafica delle funzioni. Gli alunni faranno subito uso di carta quadrettata e su questa dovranno abituarsi a segnare i punti e le curve che l'insegnante indicherà. Conviene introdurre la nozione di funzione riprendendo a considerare i fenomeni descritti nei corsi di Fisica, Chimica, Biologia e Geografia economica che a ciò si prestino. Si indicherà la distinzione tra funzioni definite per un gruppo discreto di valori della variabile (i diagrammi delle quali hanno una forma in parte arbitraria e potrebbero anche essere rappresentati da linee spezzate) e funzioni definite per tutti i valori compresi tra certi limiti (i diagrammi delle quali spesso vengono tracciati da strumenti registratori). Dall'esame della curva immagine si dedurranno gli intervalli ove

la funzione è crescente o decrescente, i punti ove raggiunge un massimo o minimo, ecc. Si introdurranno poi le funzioni definite da determinate operazioni da eseguirsi sulla variabile e si studieranno le rappresentazioni grafiche delle funzioni intere dei primi due gradi e della funzione inversa della variabile, mettendo in rilievo le loro interpretazioni fisiche e meccaniche (moto uniforme o uniformemente vario, legge di Boyle-Mariotte, ecc.).

A questo proposito il professore potrà anche citare l'esempio concreto degli orari grafici, adoperati sistematicamente dagli ingegneri ferroviari e da qualche tempo messi in commercio anche per il pubblico.

Altri esercizi opportuni su questo capitolo riguarderanno la risoluzione grafica di un sistema in due equazioni lineari a due incognite o di una equazione quadratica ad un'incognita.

3. Il cenno sulle coordinate cartesiane nello spazio sarà dato allo scopo di far comprendere ai giovani le rappresentazioni cristallografiche e dovrà essere ristretto al puro necessario.

Classe III

1. Il professore, riprendendo il concetto di funzione inerente ad una data curva, introdurrà come esempi importanti le funzioni circolari (seno, coseno, tangente e cotangente), le cui proprietà verranno studiate nel modo consueto, aiutandosi però colle curve rappresentative. Sarà bene che gli alunni imparino a costruire sulla carta quadrettata le curve dei seni e delle tangenti, e a determinare graficamente, con una relativa esattezza, i valori delle funzioni circolari di archi espressi da numeri interi di gradi.

2. Nell'introdurre il concetto di limite di una successione di numeri e di una quantità variabile l'insegnante avrà cura di far notare come nella teoria degli irrazionali, e nella definizione di perimetro od area di un cerchio, quel concetto implicitamente intervenga. Con altri esempi tolti dalla geometria e dall'algebra converrà di chiarire la definizione di limite, intorno alla quale è opportuno ripetere che non è questo il posto per sottilizzare. Delle operazioni sui limiti l'insegnante potrà tutto al più dare un semplice cenno, evitando ogni dimostrazione. Per quei pochi limiti che si dovranno determinare nel corso del programma si accennerà alle proprietà delle operazioni caso per caso. Le applicazioni del concetto di limite alla tangente od alla lunghezza di una curva si esporranno brevemente, ammettendo l'esistenza del limite per le curve, che ordinariamente si hanno da considerare. La determinazione della tangente ad una linea e la nozione di velocità del moto vario, condurranno senza sforzo l'insegnante ad introdurre la derivata di una funzione (sarà opportuno indicare questa derivata senza fare uso della notazione differenziale). Il calcolo delle derivate delle speciali funzioni ricordate più sopra, e le interpretazioni geometriche di tali derivate, sono immediate.

3. Stabilite le proprietà delle potenze ad esponente razionale, l'insegnante darà un breve cenno del caso in cui l'esponente è irrazionale, e passerà poi subito alla nozione di logaritmo. Con esempi numerici bene scelti dovrà impraticare i giovani nell'uso dei logaritmi ricorrendo a tavole con quattro o, al massimo, cinque decimali. La curva logaritmica di cui il programma parla s'intenderà scelta a base 10; e si osserverà che, mutando la base, le ordinate (cioè i logaritmi) variano tutte nello stesso rapporto.

4. Dei vari casi di risoluzione di un triangolo rettilineo l'insegnante si limiterà a trattare quelli in cui i dati sono lati ed angoli. Nelle applicazioni della Trigonometria si sceglieranno quei problemi che si presentano realmente nella pratica, trattandoli in casi numerici (distanza di due punti inaccessibili, altezza di una montagna, ecc.). Gioverà che l'insegnante dia un'idea agli alunni dei procedimenti che si impiegano per misurare un arco di meridiano (con la triangolazione) per valutare la distanza della luna, o delle stelle, ma ciò a solo scopo di coltura, e senza entrare in nessun particolare del calcolo numerico.

5. L'insegnante indicherà come praticamente, si misurano le aree di curve chiuse tracciate sulla carta millimetrata; farà valutare l'area per eccesso o per difetto, e farà notare come si ottengano valori via via più approssimati, impiccolendo il lato del quadrato fondamentale. Che le due serie di valori approssimati, per difetto e per eccesso, convergano ad uno stesso limite, sarà ammesso senza dimostrazione.

Quando invece si tratti dell'area compresa tra una curva, l'asse delle ascisse e due ordinate, converrà (nell'ipotesi che la curva sia tagliata in un solo punto da ogni parallela alle ordinate medesime) eseguire la decomposizione dell'area mediante ordinate intermedie, equidistanti tra loro e dalle due estreme, e riguardare detta area come compresa tra due somme di rettangoli di basi eguali. Qui è ovvia la determinazione della differenza, tra i due valori approssimati dell'area, e si vedrà subito che tale differenza tende a zero con l'aumento indefinitamente del numero delle ordinate intermedie.

Dopo ciò si accennerà brevemente al concetto di integrale definito, deducendolo dal precedente problema geometrico. In nessun altro dettaglio teorico si dovrà entrare, ma sarà utile fare qualche immediata applicazione, ed in particolare quella (che risale a Galileo) relativa alla determinazione del cammino percorso da un punto dotato di moto vario, ove si ricorra al diagramma delle velocità.