

GINNASIO TRIENNALE

PROGRAMMA per l'insegnamento della matematica

Classe I

Numeri pari e dispari; criterio per distinguerli e sua giustificazione.

Enunciazione e giustificazione dei criteri di divisibilità per 4, 5, 25.

Criteri di divisibilità per 3 e per 9. Procedimento per prendere una data frazione di un numero intero, nei casi in cui il risultato sia pure un numero intero. Semplificazione delle frazioni. Esercizi sulle quattro operazioni sui numeri decimali: sistema metrico decimale. Esercizi di riduzione di una frazione decimale a forma di frazione ordinaria. Esercizi sulla riduzione di frazioni ordinarie a forma decimale, coll'approssimazione richiesta dal problema pratico che si risolve. Confronto tra frazioni di diverso denominatore. Loro riduzione a uno stesso denominatore. Loro somma e differenza. Esercizi sulle misure degli angoli e del tempo. Esercizio sull'uso dei segni di operazione e delle parentesi per indicare serie di calcoli da eseguire su numeri dati. Esame di figure poligonali; nomenclatura relativa ai loro elementi. Uso della riga e del compasso. Costruzione di un triangolo di dati lati. Triangolo isoscele, triangolo equilatero. Esercizi atti a precisare la nozione di angolo. Costruzione di un angolo eguale a un angolo dato. Costruzione di un triangolo di cui siano dati due lati e l'angolo compreso. Somma e differenza di angoli. Uguaglianza degli angoli opposti al vertice. Uso del rapportatore. Verifica della proprietà relativa alla somma degli angoli di un triangolo. Somma degli angoli di un poligono. Costruzione di un triangolo di cui siano dati due angoli e un lato. Punti e figure di un piano simmetriche rispetto a una retta. Costruzione della perpendicolare a un segmento per il suo punto di mezzo. Perpendicolarità delle diagonali del rombo. Caso del quadrato. Eguaglianza delle diagonali di un rettangolo. Costruzione della bisettrice di un angolo. Simmetria rispetto a due assi, e rispetto a un punto.

Classe II

Esercizi, mentali e scritti, sulla determinazione di un numero quando si conosca il risultato che si ottiene prendendo una data frazione. Idem, quando si conosca il risultato che si ottiene moltiplicandolo o dividendolo per un dato numero intero e aggiungendo o sottraendo poi, al risultato così ottenuto, un altro dato numero. Trascrizione di queste ed altre analoghe condizioni in formule, coll'impiego di una lettera per indicare il numero che si cerca. Potenze di un numero intero. Scomposizione di un numero nei suoi fattori primi. Ricerca del massimo divisore comune o del minimo comune multiplo di due o più numeri. Continuazione degli esercizi sulla somma e sottrazione di frazioni. Multipli di frazioni. Divisione di una frazione per un numero intero. Problemi ed esercizi facenti capo alla ricerca della quarta proportionale dopo numeri interi dati. Metodo di riduzione all'unità. Scomposizione di un numero intero in parti proporzionali a due o più numeri interi. Indicazione dei procedimenti grafici per eseguire le analoghe operazioni su segmenti, triangoli o rettangoli.

Costruzione della perpendicolare ad una retta per un punto fuori di essa. Concetto di distanza di un punto da una retta. Uso e verifica della squadra. Linea descritta da un punto che si sposti in un piano conservandosi alla stessa distanza da una retta giacente in esso. Rette parallele. Eguaglianza degli angoli corrispondenti determinati da una trasversale che tagli due rette parallele. Simmetria di due rette parallele rispetto al punto medio di un segmento che congiunga un punto dell'una con un punto dell'altra. Proposizioni elementari sui parallelogrammi. Costruzione della parallela a una retta per un dato punto. Uso della riga a due orli e sua verifica. Proprietà dei segmenti determinati sui lati di un triangolo da una trasversale parallela al terzo lato. Esempi e verifiche relative alla connessione fra l'eguaglianza degli angoli di due triangoli e la proporzionalità dei lati corrispondenti. Esercizi di riduzione di figure in diverse scale. Interpretazione di disegni, piante, carte topografiche.

Classe III

Procedimenti per prendere una data frazione di una frazione. Prodotti e potenze di frazioni. Calcolo di interessi semplici e composti. Problemi di miscuglio, alligazione, ripartizione. Divisione di una frazione per un'altra frazione. Numeri decimali periodici e ricerca delle loro frazioni generatrici. Esercizi di semplificazione di espressioni contenenti solamente numeri dati, interi o frazionari. Verifica e giustificazione delle più elementari regole da applicare a tale scopo, in particolare della regola per togliere da un numero la differenza di due altri senza eseguire la loro sottrazione, e della regola per moltiplicare una somma o una differenza per un numero, o per effettuare l'operazione, inversa, di mettere un numero fattore comune dei termini di una somma o di una differenza. Esercizi di risoluzione di equazioni numeriche di primo grado a un'incognita nelle quali questa figura in più di un posto. Rassegna dei procedimenti fondamentali a ciò richiesti (aggiunta o sottrazione di uno stesso numero dai due membri, moltiplicazione o divisione di essi per uno stesso numero, ecc.). Costatazioni relative alla dipendenza del valore di date espressioni dai valori che si attribuiscono a variabili che esse contengono.

Relazioni tra angoli al centro e angoli alla circonferenza insistenti sopra uno stesso arco. Esercizi pratici ed aritmetici relativi. Tangenti ad un cerchio. Perpendicolarità della tangente al raggio che passa per il punto di contatto. Costruzione della tangente ad un cerchio per un punto dato. Posizioni relative di due cerchi; intersezioni, contatti. Costruzione di un cerchio per tre dati punti. Determinazione del centro di un circolo di cui sia dato un arco. Altezze, mediane, bisettrici di un triangolo. Cerchi inscritti e circoscritti a triangoli. Poligoni inscritti e circoscritti a cerchi. Esercizi sulla costruzione di poligoni regolari. Equivalenza di rettangoli e parallelogrammi. Rettangoli equivalenti ad un triangolo, o ad un trapezio dato.

LICEI: CLASSICO, MODERNO E SCIENTIFICO

Liceo Classico e moderno

Classe I (comune al liceo classico e al moderno)

Esercizi sulle equazioni di primo grado a una o due incognite, a coefficienti numerici, escluso sempre il caso di radici negative. Enunciazione e verifica delle formule esprimenti le regole di calcolo applicabili alla trattazione delle suddette equazioni, per esempio delle formule: $a-(b-c) = a-b+c$, $ab+ac = a(b+c)$, ecc.

Espressione del quadrato di una somma e di una differenza di due numeri. Prodotto della somma di due numeri per la loro differenza. Interpretazione geometrica di tali formule, e loro applicazione alla ricerca di proprietà relative alla equivalenza di rettangoli e di quadrati, in particolare alla deduzione del teorema di Pitagora.

Sviluppo delle conseguenze immediate del teorema di Pitagora. Costruzione di un quadrato equivalente a più quadrati dati. Espressione del quadrato del lato opposto a un angolo acuto od ottuso di un triangolo. Relazione tra i segmenti determinati, da un punto interno o esterno a una circonferenza, sulle secanti condotte per esso. Costruzione di un quadrato equivalente a un rettangolo dato. Costruzione di un rettangolo avente un dato lato, ed equivalente a un rettangolo dato.

Classe II (comune al liceo classico e al moderno)

Esercitazioni di calcolo letterale. Somma e sottrazione di espressioni a più termini. Operazioni su frazioni al cui numeratore o denominatore figurino somme o differenze di più termini. Risoluzione di equazioni di primo grado a più incognite, e in cui figurino altre lettere oltre a quelle indicanti le incognite.

Casi di indeterminazione e di incompatibilità. Concetto di numero negativo: spiegazione e giustificazione delle regole di calcolo relative, con riferimento ad interpretazioni concrete (debiti e crediti, tempi trascorsi o da trascorrere, distanze da contare in un senso o nel senso opposto, temperature superiori o inferiori allo zero, ecc.). Costatazione della validità che conservano e della maggior portata che vengono ad assumere le formule esprimenti regole di calcolo già note, quando sia tolta la restrizione che le lettere che contengono rappresentino soltanto numeri positivi.

Principio di una trattazione sistematica della geometria. I criteri di uguaglianza dei triangoli. Loro applicazione alla giustificazione delle costruzioni elementari già apprese e alla dimostrazione di alcune fra le meno evidenti proposizioni già note all'alunno. Determinazione di luoghi geometrici, costruzione, sopra un dato segmento, di un arco capace di un dato angolo, ecc. Riassunto, razionalmente ordinato, delle proprietà relative all'equivalenza di triangoli e di poligoni. Indicazione delle esigenze alle quali una dimostrazione deve soddisfare, specialmente per quanto riguarda l'enunciazione di tutte le proposizioni di cui in essa si è

fatto uso. Enumerazione e classificazione dei postulati e delle proposizioni alle quali è concesso fare appello senza dimostrazione. Cenni sulle varie forme e procedimenti di dimostrazione (diretta, per riduzione all'assurdo, ecc.), e sullo scopo e i vantaggi di riconoscere che una data proposizione può ricavarsi per deduzione da altre. Esempi tipici dei vari metodi e procedimenti da seguire per la risoluzione dei problemi geometrici.

Classe III (comune al liceo classico e al moderno)

Determinazione di due numeri di cui si conosca la somma e il prodotto: riduzione di tale questione (per esempio mediante ricorso alla formula: $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$) all'altra di trovare due numeri di cui si conosca la somma e la differenza. Valore massimo di un prodotto di cui sia data la somma dei fattori, e valore minimo di una somma di cui sia dato il prodotto dei termini. Esercitazioni e applicazioni geometriche relative. Rappresentazione grafica del modo di variare di espressioni di secondo grado. Esercizi di risoluzione di equazioni di secondo grado numeriche, a radici reali. Relazioni tra le radici e i coefficienti.

Interpretazioni e applicazioni geometriche delle equazioni di secondo grado. Criteri di similitudine dei triangoli, e dei poligoni. Lato del decagono regolare. Proposizioni relative ai segmenti determinati sui lati di un triangolo dalle sue bisettrici. Luogo dei punti le cui distanze da due punti dati stanno in un dato rapporto.

Relazioni tra i lati e le diagonali di un quadrilatero inscritto in un cerchio. Seno, coseno, tangente di un angolo. Ricerca del loro valore nei casi più semplici. Esercizi di risoluzione di triangoli. Applicazioni al caso della determinazione della distanza o delle dimensioni di oggetti inaccessibili. Seno della somma e della differenza di due angoli. Espressioni del seno e del coseno dell'angolo doppio e dell'angolo metà. Applicazione delle notazioni trigonometriche per enunciare questioni di statica o di fisica; per esempio quelle relative alla condizione di equilibrio di un grave appoggiato a un piano inclinato, alla determinazione della risultante di più forze o delle componenti di una data forza secondo date direzioni. Rette e piani nello spazio. Figure simmetriche rispetto a un piano. Rette oblique e perpendicolari a un piano. Angoli diedri e loro misura. Piani perpendicolari. Criteri di uguaglianza di triedri e di angoli solidi.

Classe IV (comune al liceo classico e al moderno)

Progressioni per differenza e per quoziente. Concetto di funzione e di variabile. Rappresentazione grafica delle funzioni. Rapidità di accrescimento di una funzione in un dato intervallo o in dato punto. Moto uniforme e moto vario. Velocità media corrispondente a un dato intervallo e velocità in un punto. Concetto di accelerazione. Esercizi e problemi relativi al moto di gravi che cadono liberamente, o lungo piani inclinati. Varie interpretazioni geometriche e fisiche del concetto di derivata. Direzione di una curva in un punto. Lunghezza di un arco di curva come limite superiore di poligoni in esso inscritte. Rapporto tra la circonferenza e il diametro. Area del cerchio. Rette e piani paralleli. Piramidi, prismi, parallelepipedi. Perpendicolare comune a due rette sghembe. Equivalenza di prismi e parallelepipedi. Scomposizione di un prisma a base triangolare in tre piramidi tra loro equivalenti.

Classe V (nel liceo classico)

Permutazioni e combinazioni. Qualche nozione elementare sul calcolo delle probabilità.

Cenni storici sullo sviluppo della geometria greca. Piano dei primi quattro libri degli Elementi di Euclide. Esame riassuntivo del loro contenuto. Caratteri della trattazione delle proporzioni contenuta nel Quinto libro degli Elementi. Qualche saggio del procedimento di dimostrazione ivi seguito. Suoi vantaggi e sua semplificazione mediante le notazioni moderne. Il concetto di numero irrazionale.

Nozioni complementari sui numeri primi. Qualche cenno di analisi indeterminata di primo grado, con qualche richiamo alle trattazioni di Diofanto.

Poliedri regolari e loro costruzione. Equivalenza di piramidi. Qualche esempio dei procedimenti seguiti da Archimede per la determinazione del rapporto tra i volumi, o le superficie della sfera e quelli del cilindro, o cono retto ad essa circoscritti. Confronto coi metodi moderni corrispondenti. Nozioni elementari di cosmografia. Qualche accenno allo sviluppo delle idee cosmografiche e astronomiche dei Greci.

(nel liceo moderno)

Permutazioni e combinazioni. Potenza intera e positiva di un binomio. Nozioni e problemi elementari sul calcolo delle probabilità con speciale riguardo alle applicazioni pratiche, questioni di assicurazione, di mutualità, ecc. Saggi di rappresentazioni grafiche di dati statistici. Esercizi di interpretazione di diagrammi. Le varie specie di medie; i vantaggi e i limiti del loro rispettivo impiego. Equazione esponenziale e sua rappresentazione grafica. Accenno alla legge dei grandi numeri e alla curva di frequenza agli errori. Nozioni

complementari sui numeri primi. Cenni di analisi indeterminata di 1° grado. Equivalenza delle piramidi d'eguale base e altezza. Superficie e volume del cono, del cilindro, della sfera. Trattazioni di questioni di massimo e minimo, col sussidio delle derivate. Esercizi geometrici relativi.

Liceo Scientifico

Classe I

Esercizi sulle equazioni di primo grado a una o due incognite, e coefficienti numerici, escluso sempre il caso di radici negative. Esempi tipici dei vari procedimenti di eliminazione. Enunciazione e verifica delle formule esprimenti le regole di calcolo applicabili alla trattazione delle suddette equazioni per esempio delle formule: $a-(b-c) = a-b+c$, $ab+ac = a(b+c)$, ecc. Espressione del quadrato di una somma e di una differenza di due numeri. Prodotto della somma di due numeri per la loro differenza. Interpretazione geometrica di tali formule, e loro applicazione alla ricerca di proprietà relative all'equivalenza di rettangoli e di quadrati, in particolare alla deduzione del teorema di Pitagora. Procedimento per l'estrazione della radice quadrata. Uso delle tavole dei logaritmi e del regolo calcolatore. Sviluppo delle conseguenze immediate del teorema di Pitagora. Costruzione di un quadrato equivalente a più quadrati dati. Espressione pel quadrato del lato opposto ad un angolo acuto od ottuso di un triangolo. Relazione tra i segmenti determinati da un punto interno o esterno ad un cerchio sulle secanti condotte per esso. Costruzione di un quadrato equivalente ad un rettangolo dato. Costruzione di un rettangolo avente un dato lato, ed equivalente a un rettangolo dato. Espressione delle altezze dell'area di un triangolo, mediante i lati. Verifiche sul modo di variare delle dimensioni e della aree dei triangoli e quadrilateri, quando esse varino di grandezza senza variare di forma.

Classe II

Esercitazioni di calcolo letterale. Somma e sottrazione di espressioni a più termini. Operazioni su frazioni al cui numeratore o denominatore figurino somme o differenze di più termini. Risoluzione di equazioni di primo grado a più incognite, in cui figurino altre lettere oltre quelle indicanti le incognite. Casi di indeterminazione e di incompatibilità. Concetto di numero negativo: spiegazione e giustificazione delle regole di calcolo relative, con riferimento ad interpretazioni concrete (debiti e crediti, tempi trascorsi o da trascorrere, distanze da contare in un senso o nel senso opposto, temperature superiori o inferiori allo zero, ecc.). Constatazione della validità che conservano, e della maggior portata che vengono ad assumere le formule esprimenti regole di calcolo già note, quando sia tolta la restrizione che le lettere che contengono rappresentino soltanto numeri positivi.

Principio di una trattazione sistematica della geometria. I criteri di uguaglianza dei triangoli. Loro applicazione alla giustificazione delle costruzioni elementari già apprese e alla dimostrazione di alcune fra le meno evidenti proposizioni già note all'alunno. Determinazione di luoghi geometrici: costruzione, sopra un dato segmento, di un arco capace di un dato angolo, ecc. Riassunto, razionalmente ordinato, delle proprietà relative all'equivalenza di triangoli e di poligoni. Indicazione delle esigenze alle quali una dimostrazione deve soddisfare, specialmente per quanto riguarda l'enunciazione di tutte le proposizioni di cui in essa sia fatto uso. Enumerazione e classificazione dei postulati e delle proposizioni alle quali è concesso fare appello senza dimostrazione. Cenni sulle varie forme e procedimenti di dimostrazione (diretta, per riduzione all'assurdo, ecc.), e sullo scopo e i vantaggi del riconoscere che una data proposizione può ricavarsi per deduzione da altre. Esempi tipici dei vari metodi e procedimenti da seguire per la risoluzione dei problemi geometrici. Proprietà caratteristiche della retta e del piano. Rette e piani nello spazio. Figure simmetriche rispetto a un piano. Rette oblique e perpendicolari a un piano. Angoli diedri e loro misura. Piani perpendicolari. Criteri di uguaglianza di triedri e di angoli solidi. Uguaglianza diretta e inversa. Rette e piani paralleli. Equivalenza di parallelepipedi e di prismi. Scomposizione di un prisma triangolare in tre piramidi di eguale altezza e basi equivalenti. Perpendicolare comune a due rette sghembe.

Classe III

Determinazione di due numeri di cui si conosca la somma e il prodotto: riduzione di tale questione (p.e. mediante ricorso alla formula: $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$) all'altra di trovare due numeri di cui si conosca la somma e la differenza. Valore massimo di un prodotto di cui sia data la somma dei fattori, e valore minimo di una somma di cui sia dato il prodotto dei termini. Esercitazioni e applicazioni geometriche relative. Rappresentazione grafica del modo di variare di espressioni di secondo grado. Esercizi di risoluzione di equazioni di secondo grado numeriche, a radici reali. Relazioni tra le radici e i coefficienti. Interpretazioni e

applicazioni geometriche delle equazioni di secondo grado. Procedimenti grafici per la loro risoluzione. Trattazione sistematica delle proprietà dei triangoli e dei poligoni simili. Criteri di similitudine dei triangoli e dei poligoni. Lato del decagono regolare. Proposizioni relative ai segmenti determinati sui lati di un triangolo dalle sue bisettrici. Luogo dei punti le cui distanze da due punti dati stanno in un dato rapporto. Relazioni tra i lati e le diagonali di un quadrilatero inscritto in un cerchio. Seno, coseno, tangente di un angolo. Ricerca del loro valore nei casi più semplici. Esercizi di risoluzione di triangoli. Applicazioni al caso della determinazione della distanza o delle dimensioni di oggetti inaccessibili. Seno della somma e della differenza di due angoli. Espressioni del seno o del coseno dell'angolo doppio e dell'angolo metà. Applicazione delle notazioni trigonometriche per enunciare questioni di statica o di fisica (per esempio quelle relative alla condizione di equilibrio di un grave appoggiato a un piano inclinato, alla risultante di più forze, o alle componenti di una data forza secondo date direzioni). Progressioni per differenza e per quoziente. Concetto di funzione e di variabili. Rappresentazione grafica delle funzioni. Rapidità di accrescimento di una funzione in un dato intervallo o in un dato punto. Moto uniforme e moto vario. Velocità media corrispondente a un dato intervallo, e velocità in un punto. Concetto di accelerazione. Esercizi e problemi relativi al moto di gravi che cadono liberamente o lungo piani inclinati. Varie interpretazioni geometriche e fisiche del concetto di derivata. Direzione di una curva in un punto. Lunghezza di un arco di curva come limite superiore di poligonali in esso inscritte. Determinazione del rapporto tra la circonferenza e il diametro. Area del cerchio e di figure limitate da porzioni di rette e di circonferenze.

Classe IV

Esercizi relativi alla divisione dei polinomi. Criteri di divisibilità per $(x - a)$ e per $(x + a)$. Sistemi di equazioni riducibili ai primi due gradi. Discussione generale della formula di risoluzione delle equazioni di secondo grado. Disuguaglianza di primo e di secondo grado. Procedimenti grafici per la loro trattazione. Trasformazioni di formule contenenti radicali. Uso degli esponenti frazionari e negativi. Numeri complessi e loro rappresentazione geometrica. Qualche cenno sui vettori e sulle operazioni fondamentali su di essi. Continuazione degli esercizi di trigonometria. Formule per la trasformazione di somme e differenze di seni e coseni in prodotti. Equazioni trigonometriche. Funzioni trigonometriche inverse. Espressioni del raggio dei cerchi inscritti o circoscritti a triangoli, in funzione degli elementi del triangolo. Casi di risoluzione di triangoli in cui i dati non siano solamente lati e angoli. Operazioni sul terreno. Esercitazioni pratiche sull'uso degli strumenti topografici. Equivalenza di piramidi. Poliedri regolari. Loro costruzione, e determinazione dei loro elementi. Rapporto tra i volumi di poliedri simili. Superficie e volume del cilindro, del cono, della sfera, della zona e del segmento sferici. Definizione e costruzione delle sezioni coniche. Accenno alle loro proprietà fondamentali più importanti per le applicazioni alla meccanica e alla fisica. Teorema di Pascal sull'esagono inscritto in una conica. Esempi di curve generate dalla composizione di moti (parabola, spirali, cicloide, ecc.); qualche esercizio di determinazione delle loro tangenti. Applicazioni al moto dei proiettili.

Classe V

Permutazioni e combinazioni. Nozioni e problemi elementari sul calcolo delle probabilità. Potenze intere e positive di un binomio. Nozioni complementari sui numeri primi. Cenni sull'analisi indeterminata di primo grado e sulle frazioni continue. Trattazioni di questioni di massimo e di minimo, col sussidio della derivazione. Esercizi geometrici e relativi. Interpretazione di espressioni che si presentano sotto forma indeterminata. Qualche esempio numerico di risoluzione di equazioni di terzo grado. Esercizi trigonometrici relativi. Equazione esponenziale. Sua rappresentazione grafica. Deduzione sulle proprietà fondamentali dei logaritmi. Enunciazione delle proprietà formali delle operazioni dell'algebra. Qualche cenno sulla logica matematica.

Triangoli sferici e relazioni fondamentali fra i loro elementi. Esercizi sulla loro risoluzione. Loro area. Volumi di poliedri e di solidi di rotazione. Esempi dell'impiego di considerazioni infinitesimali per la loro determinazione. Metodo di Cavalieri. Concetto di integrale e sue interpretazioni e applicazioni geometriche. Ricerche di centri di gravità di figure piane e di solidi di rotazione. Nozioni fondamentali sui movimenti d'un corpo rigido (gradi di libertà, traslazioni, rotazioni, loro composizione e decomposizione). Teorema di Eulero sui poliedri convessi. Nozioni elementari di geometria descrittiva e sulle varie specie di proiezioni cartografiche.